

## Laboration i Hållfasthetslära AK1

### Introduktion

Laborationen är obligatorisk och innehåller två moment: stabilitet och dragprovning. Dessa utförs vid två stationer. Arbetet genomförs med fyra teknologer vid varje station (åtta studenter vid varje laborationstillfälle), vilka tillsammans lämnar in en laborationsrapport. Varje moment tar 1 timme och laboratorietiden är därför totalt 2 timmar. Vanligvis görs laborationsrapporten under denna tid och den kan då lämnas direkt till övningsledaren för godkännande.

Teckning för laborationerna görs via Live@Lund och teckningen är givetvis bindande. Om tecknad laborationstid inte utnyttjas kan något nytt laborationstillfälle under innevarande läsår inte garanteras.

*Lokal:* Samling vid Hållfasthetsläras laboratorium, rum 2486. Detta är beläget i M-husets laboratoriedel på 2:a våningen, rakt under datorsalen Emma.

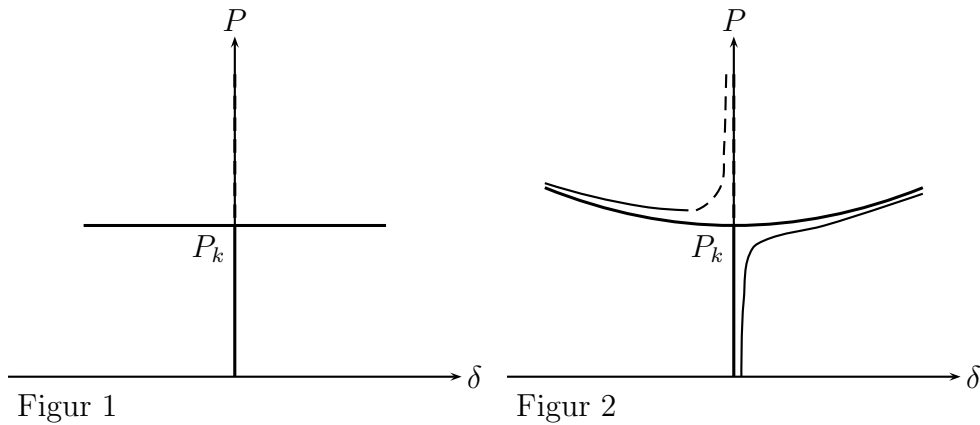
Du skall ha läst denna laborationshandledning innan du kommer till laborationen annars får du inte laborera. Bearbetning av mätresultaten och redovisning kan normalt utföras under laborationstiden. Vid tidsbrist kan inlämning av laborationsrapporten göras i efterhand. Laborationshandledningarna innehåller inga förtryckta protokoll för ifyllning av mätresultat. Det ingår i laborationen att göra sina egna protokoll. Om laborationsrapporten inte godkänns vid övningstillfället skall den lämnas i trälådan på golvet vid kopian utanför avdelningen för Hållfasthetsläras expedition på 5:e våningen i M-huset senast 1 vecka efter laborationstillfället. *För att erhålla slutbetyg på kursen skall laborationen vara rättad och godkänd innan början av tentamensveckan.*

- Notera att laborationstiderna är *prick*, d.v.s. utan akademisk kvart.
- Ha med en utskrift av denna handledning till laborationstillfället.
- Anteckna som stöd för minnet tiden för ditt laborationstillfälle här:

**DEL 1: STABILITET**

Vid statiska hållfasthetsproblem måste de statiska jämviktsvillkoren uppfyllas. I regel kan detta ske på endast ett sätt, d.v.s. genom att det finns ett entydigt samband mellan last och deformation. Ibland existerar mer än en jämviktsform och man måste då undersöka vilken jämviktsform som är stabil. Vid tryckbelastning av en perfekt rak sträva gäller att den raka formen är stabil så länge kraften understiger ett visst värde (knäckkraften) och instabil då belastningen överstiger detta värde. När tryckkraften överstiger knäckkraften existerar två stabila utböjningsformer och en instabil. Fenomenet att ett stabilt jämviktsläge övergår i två vid ökande last kallas för bifurkation.

I AK1 undersöks i kursvecka 5 egenskaperna hos en rak sträva med en matematisk modell som identifierar knäckkraften  $P_k$  och som visar att strävans utböjning är obestämd då tryckkraften är lika med knäckkraften. Sambandet illustreras i Figur 1. Heldragna linjer anger stabila jämviktslägen och den streckade anger de instabila.



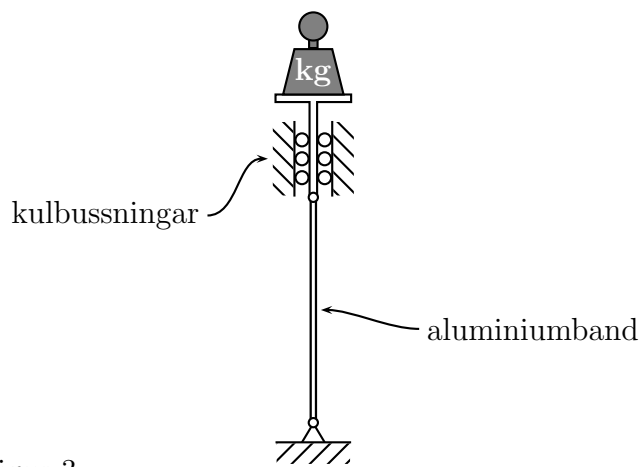
När  $P \geq P_k$  ( $P_k =$  knäcklasten) ger en noggrannare analys – där hänsyn tas till stora deformationer – följande samband mellan tryckkraft och mittutböjningen hos en sträva belastad enligt Eulers knäckningsfall nr. 2 (se formelsamlingen, tabell 17.3) enligt följande:

$$\frac{\delta}{l} = \frac{4}{\pi} \sqrt{\sqrt{\frac{P}{P_k}} - 1} \tag{1}$$

Se även ekvation 17.9 i formelsamlingen där  $l$  ersatts med  $l/2$  för att svara mot Eulerfall 2. Uttrycket gäller för en perfekt rak sträva. Verklighetens strävor är inte alltid perfekt raka och kraften behöver inte heller alltid verka fullständigt centrerad. Båda dessa faktorer bidrar till att en experimentell bestämning av  $\delta$  avviker från det teoretiska sambandet som ges av formeln ovan. I Figur 2 visas de två sambanden i en principiell skiss. Tjocka linjer anger den perfekt raka strävan och tunna linjer den verkliga strävan. Vidare anger heldragna linjer stabila jämviktslägen och streckade anger de instabila.

En sträva av aluminium, SS 4338-06 (materialdata finns i formelsamlingen på sida 390, material nr. 50), är inspänd enligt Eulerfall 2. Tryckkraften erhålls från vikter som lastas

på lastplattan, se Figur 3. Mittutböjningen bestäms genom syftning mot en spegel och avläsning mot en linjal. Avläsningsnoggrannheten är cirka en halv millimeter med denna metod. Öka successivt tryckkraften och gör nya avläsningar av mittutböjningen. För låga tryckkrafter existerar bara en enda jämviktsform. Vid tillräckligt hög tryckkraft finns det två stabila och en instabil jämviktsform. Prova att föra över strävans mittpunkt åt andra sidan för att se om den stannar i något stabilt läge. När det finns två stabila lägen, så finns det också ett instabilt däremellan. Detta instabila läge kan man bestämma ganska väl genom att styra strävans mittpunkt (håll den försiktigt mellan två fingrar). Labhandledaren instruerar hur det går till.



Figur 3

### Uppgift

Vid laborationen skall sambandet mellan  $\delta/l$  och  $P$  bestämmas experimentellt och sedan skall detta samband jämföras med det teoretiska sambandet enligt (1). Knäcklasten  $P_k$  bestäms av, se formelsamlingen sida 198 (Eulerfall 2):

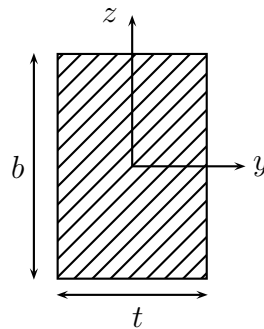
$$P_k = \frac{\pi^2 EI}{l^2} \quad (2)$$

där  $I$  är yttröghetsmomentet. För ett rektangulärt tvärsnitt, se Figur 4, har vi

$$I_y = \frac{1}{12}tb^3 \quad \text{och} \quad I_z = \frac{1}{12}bt^3$$

där  $t$  = tjockleken och  $b$  = bredden. I vårt fall är  $t \ll b$  d.v.s.  $I_z \ll I_y$ . Den minsta knäcklasten fås därför när vi använder

$$I = I_z = \frac{1}{12}bt^3 \quad (3)$$



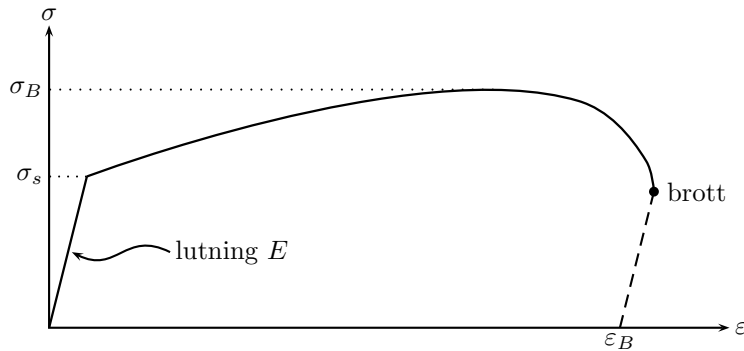
Figur 4: Rektangulärt tvärsnitt där  $t$ =tjocklek och  $b$ =bredd.

Mät strävans dimensioner och beräkna knäckkraften  $P_k$  enligt (2) och (3). Observera att resultatet påverkas kraftigt av strävans tjocklek och en noggrann mätning är därför nödvändig. Använd mikrometerskruv för denna mätning och beräkna medelvärdet av flera mätningar i olika punkter. Rita en graf över det teoretiska sambandet mellan  $P$  och  $\delta/l$  enligt (1) där  $P_k$  anger den beräknade knäcklasten.

Kontrollera att strävan är centrerad i infästningarna innan mätningen påbörjas. Rita en graf över sambandet mellan  $P$  och de experimentella värdena på  $\delta/l$ . Använd samma diagram som för av det teoretiska sambandet. Tänk på att för större  $P$  finns det två stabila värden på  $\delta/l$ .

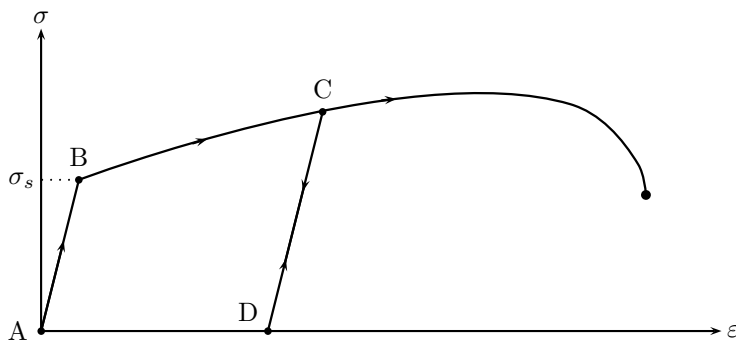
Jämför experimentella data med det teoretiska beteendet.

**DEL 2: DRAGPROVNING**



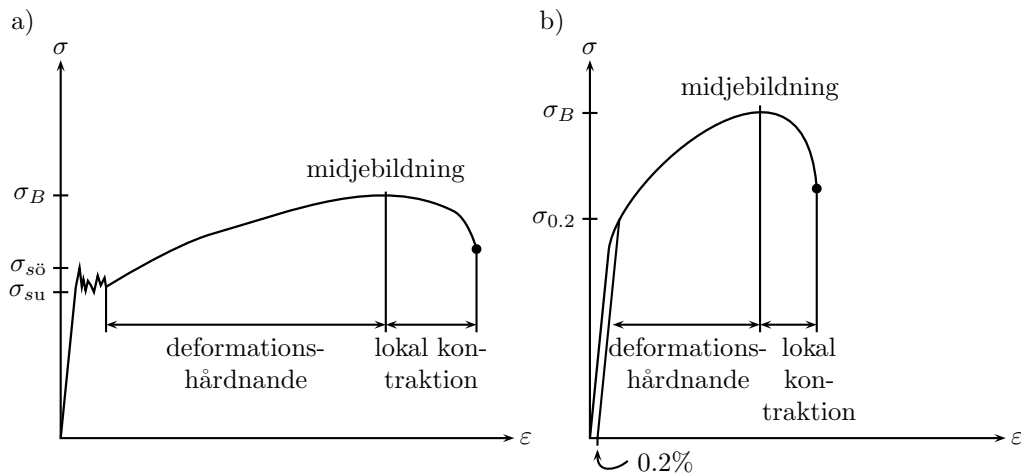
Figur 1: Arbetskurva med angivande av:  
 $E$  = elasticitetsmodul,  $\sigma_s$  = sträckgräns,  $\sigma_B$  = brottgräns och  $\epsilon_B$  = brotttöjning.

Hållfasthetsberäkningar kräver tillgång till vissa fundamentala data för det aktuella materialet och de mest grundläggande data fås från dragprovet. Som visas i Figur 1 betar sig stål linjärt tills sträckgränsen  $\sigma_s$  nås och för spänningar under sträckgränsen gäller linjär elasticitet d.v.s. sambandet mellan spänning och töjning ges av Hookes lag  $\sigma = E\epsilon$ , där  $E$  = elasticitetsmodulen. Den maximala spänningen – brottspänningen  $\sigma_B$  – och brotttöjningen  $\epsilon_B$  visas också i figuren. Om vi belastar över sträckgränsen  $\sigma_s$  kommer vi in i det plastiska området. I Figur 2 visas belastning längs ABC och avlastning längs CD, där lutningen längs CD är densamma som lutningen längs AB, d.v.s. vi har elastisk avlastning längs CD. Vid D ser vi att spänningen är noll medan töjningen är  $\epsilon_D \neq 0$ . Vi har alltså en kvarstående – d.v.s. en plastisk töjning – vid punkt D.



Figur 2: Beteende vid på- och avlastning.

Vid tillräcklig stor belastning kommer provkroppen att gå sönder efter att stora plastiska deformationer har ägt rum. Det slutliga brottet sker i form av en midjebildning av provkroppen och vid denna midja blir spännings- och töjningstillståndet komplext och av en helt annan karaktär än det enkla enaxliga spänningstillstånd som råder i början av arbetskurvan.



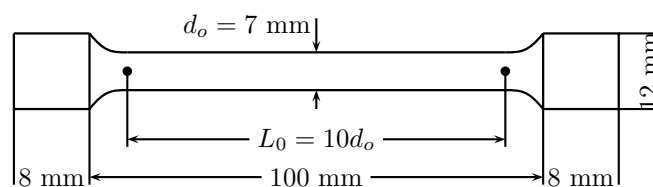
Figur 3: a) Arbetskurva för mjukt stål och b) arbetskurva för legerat stål.

I Figur 3a visas en typisk arbetskurva för mjukt stål (konstruktionsstål) där vi observerar en plåtå då sträckgränsen nås. Denna plåtå visar sig vid en övre sträckgräns  $\sigma_{s\ddot{o}}$  och en nedre sträckgräns  $\sigma_{su}$ . I Figur 3b visas en typisk arbetskurva för legerat stål och det ses att en tydligt markerad sträckgräns saknas. Här utnyttjas istället  $\sigma_{0.2}$ , d.v.s. den spänning som ger en kvarstående plastisk töjning på 0.2%, och som kan identifieras i Figur 3b.

Laborationens syfte är att illustrera några av de fenomen som har diskuterats ovan. Dessutom kommer du själv att etablera materialdata som du kan jämföra med motsvarande data i formelsamlingen.

### Uppgift

Mest grundläggande av de hållfasthetsdata som anges för ett material är, förutom elasticitetsmodulen  $E$  och Poissons tal  $\nu$ , de spänningar som vid enaxligt spänningstillstånd orsakar flytning respektive brott. Enaxligt spänningstillstånd kan med god noggrannhet realiseras i mittpartiet av en stav utsatt för axiella dragkrafter pålagda i ändarna, d.v.s. med ett dragprov. Dragprovet ger som resultat en kurva som visar sambandet mellan kraft och deformation. Det sätt på vilket staven är utformad spelar en viss roll liksom även det sätt på vilket provet utförs. Provförfarandet är därför standardiserat enligt standarden SS EN 10002-1. Denna standard följs emellertid ej helt vid denna laboration.

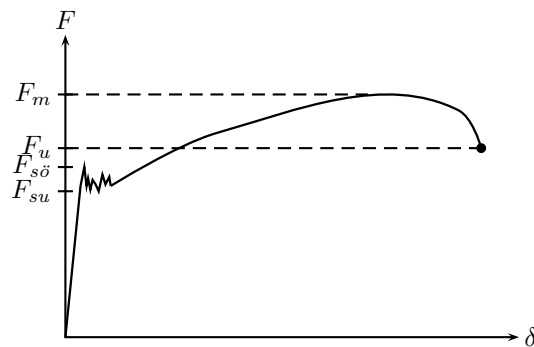


Figur 4: Den aktuella provstaven.

Provstavens dimensioner visas i Figur 4 där  $L_0 = 10 \cdot d_o$  är mätlängden. Om elasticitetsmodulen  $E$  ska mätas monteras en extensiometer på så sätt att längdändringen av mätlängden

observeras. I vårt fall är vi enbart intresserade av olika spänningsvärden och vi kan därför göra en förenklad uppställning där vi direkt mäter längdändringen mellan ändarna av provstaven, som hålls fast av dragprovmaskinens käftar. Den därvid uppmätta längdändringen inkluderar därför provstavens ändar samt glidning mellan maskinens käftar och ändarna och kan därför inte utnyttjas till att bestämma de små töjningar som sker vid elastisk deformation. Varken elasticitetsmodulen  $E$  eller  $\sigma_{0,2}$  kan därför bestämmas med tillräcklig noggrannhet, men när det gäller de stora töjningar som sker när plastisk deformation inträffar är metoden tillräckligt noggrann.

Proven genomförs på provstavar av material 1312 (mjukt stål) och 1650 (normaliserat stål). Principskisser av motsvarande arbetskurvor visas i Figur 2 och i Figur 3. Vid laborationen används en *Instron*-provmaskin med en maximal dragkraft på 100 kN. Provstaven utsätts för en axiell dragkraft så att längdändringen (mellan käftarna) sker med en viss, konstant hastighet (i vårt fall 5 mm/min), till dess att brott inträffar. Utskriften sker med hjälp av en dator som visar kraften som funktion av tiden. Eftersom vi känner deformationshastigheten (5 mm/min), skulle vi kunna räkna tiden om till deformation, men det behöver vi inte göra här. Vi noterar bara att tiden kan ses som ett uttryck för deformationen.



Figur 5: Resultat av dragprov för stål 1312.

Som resultat av dragprovet får vi för 1312 (mjukt stål) arbetskurvan som visas i Figur 5, där  $F_{su}$  = nedre sträckgränslast,  $F_{s\ddot{o}}$  = övre sträckgränslast,  $F_m$  = maximallast och  $F_u$  = last vid brott.

## Arbetsgång

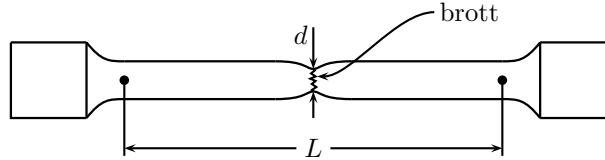
Inledningsvis utförs provningen på 1312-stål och sedan på 1650-stål.

Före dragprovet. Se Figur 4.

- Mät stavens diameter  $d_o$  med skjutmått
- Gör två körslag med avståndet  $L_o = 10 \cdot d_o$  på stavens jämntjocka del
- Kontrollmät sedan avståndet  $L_o$

Under dragprovet observeras hur midjebildningen av provkroppen äger rum.

Efter dragprovet



Figur 6: Provstaven efter provet. Slutlig mätlängd  $L$  samt brottområdets diameter  $d$  anges.

Tag loss provstavsbitarna. Känn på de båda brottytorna och observera den ökade temperaturen samt hur brottytorna ser ut (färg?). Med hänvisning till Figur 6:

- Mät brottområdets diameter  $d$  med skjutmått
- Passa ihop delarna och mät avståndet  $L$  mellan kärnslagen

Beräkningar

Material		1312	1650
Ursprunglig diameter	$d_o$		
Ursprunglig area	$S_o = \pi d_o^2/4$		
Ursprunglig mätlängd	$L_o$		
Övre sträckgränslast	$F_{s\ddot{o}}$		-
Nedre sträckgränslast	$F_{su}$		-
Maximal last	$F_m$		
Last vid brott	$F_u$		
Diameter vid brott	$d$		
Brottarea	$S = \pi d^2/4$		
Slutlig mätlängd	$L$		
Övre sträckgräns	$\sigma_{s\ddot{o}} = F_{s\ddot{o}}/S_o$		-
Nedre sträckgräns	$\sigma_{su} = F_{su}/S_o$		-
Brottgräns	$\sigma_B = F_m/S_o$		
Brottöjning	$\varepsilon_B = (L - L_o)/L_o = (A_{10})$		
Kontraktion	$\psi = (S_o - S)/S_o = (Z)$		

När du har fyllt i schemat och jämfört med motsvarande data i formelsamlingen (notera att  $\sigma_{s\ddot{o}} \approx \sigma_{su} \approx \sigma_{0.2} = R_{p0.2}$  för 1312) är laborationen färdig.