Hållfasthetslära AK2 – Inlämningsuppgift 2, 2017

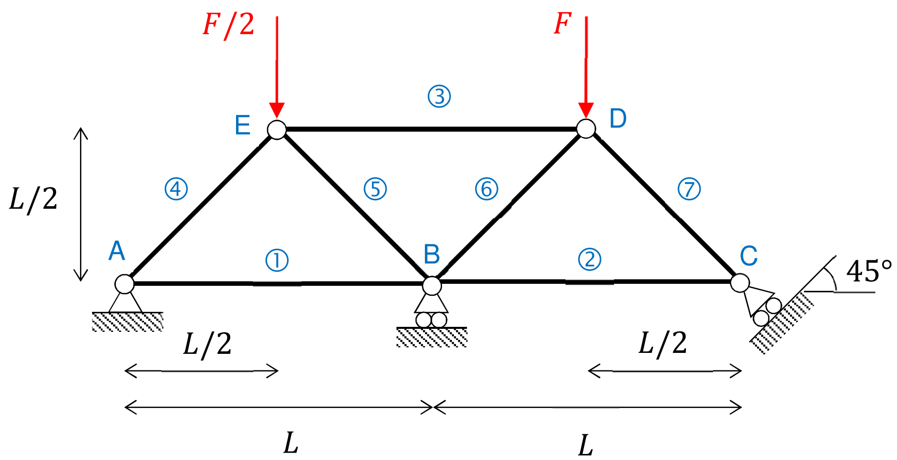
Allmänt

Uppgiften skall utföras i grupp om två eller tre personer. Instruktioner för inlämning och uthämtning av rapporter samt hantering av eventuella returer finns i kursprogrammet (se kurshemsidan).

Rapporter skrivna på engelska uppmuntras!

Uppgiften omfattar en formell strukturmekanisk hantering med förskjutningsmetod tillämpad på ett plant fackverk. Träningen i att ställa upp jämvikter och kompatibilitetsvillkor i matrisform är en viktig del av denna inlämningsuppgift. Fackverket är uppbyggt av stänger, enligt figur. Alla stängerna har samma tvärsnittsarea A, elasticitetsmodul E och längdutvidgningskoefficient α.

Fackverket belastas med de yttre krafterna $F/2$ och F. Det erhåller därvid en viss deformation. Hänsyn ska tas till att fackverket dessutom värms upp. Problemet behandlas med fördel genom att strikt följa kapitel 11 ”*Matrisanalys av stångsystem*” i läroboken, med tillägg för temperaturinverkan. Använd samma beteckningar som i boken, men observera att boken inte behandlar temperaturinverkan. Det ingår i inlämningsuppgiften att härleda denna.



Följande notation utnyttjas:

- $\boldsymbol{P}$ yttre lastvektor
- $\boldsymbol{u}$ nodförskjutningsvektorn
- $\boldsymbol{N}$ stångkraftvektor
- $\boldsymbol{n}$ stångförlängningsvektorn
- $\boldsymbol{R}$ reaktionskraftvektorn

Given data:

$E = 200$ GPa	$A = 10$ cm^2	$\alpha = 10^{-5}$ 1/°C
$L = 2$ m	$F = 100$ kN	$\Delta T = 50$ °C

Det rekommenderas att använd en dator för den numeriska behandlingen. Matlab är ett kommersiellt matrishanteringsprogram som finns tillgängligt genom LTH. Det finns även bra gratisprogram som Scilab (*www.scilab.org*) och Octave (*www.gnu.org/software/octave*) som fungerar på samma sätt som Matlab. Särskilt Octave är mycket likt Matlab. Det kommer att vara nödvändigt att multiplicera, invertera och addera matriser för att kunna lösa uppgiften.

Uppgifter

1. Identifiera strukturens frihetsgrader. Visa i en tydlig figur hur komponenterna i den yttre lastvektorn $\boldsymbol{P}$ och förskjutningsvektorn $\boldsymbol{u}$ ska tolkas. Utnyttja den givna elementnumreringen (①-⑦) och de givna beteckningarna på nodpunkterna (A-E).
2. Hur många μ har strukturen (μ = statisk redundans)? Är strukturen statiskt bestämd eller obestämd?
3. Ställ upp jämviktsekvationerna på matrisform och identifiera transformationsmatrisen $\boldsymbol{A}$.
4. Bestäm stångstyvhetsmatrisen $\lceil \boldsymbol{K} \rfloor$.
5. Bestäm systemets styvhetsmatris $\boldsymbol{K}$.
6. Bestäm reaktionskraftmatrisen $\boldsymbol{H}$ som ingår i relationen $\boldsymbol{R} = \boldsymbol{HN}$.
7. För $\Delta T_1 = \Delta T_2 = \cdots = 0$ erhålls sambandet mellan yttre lastvektorn $\boldsymbol{P}$ och förskjutningsvektorn $\boldsymbol{u}$ som $\boldsymbol{P} = \boldsymbol{Ku}$. Härled sambandet mellan $\boldsymbol{P}$ och $\boldsymbol{u}$ när hänsyn dessutom tas till temperaturändringar.
8. Beräkna förskjutningsvektorn $\boldsymbol{u}$, stångkraftvektorn $\boldsymbol{N}$ och reaktionskraftvektorn $\boldsymbol{R}$ för två fall:
   a. Enbart p.g.a. temperaturändring då hela fackverket värms med ΔT grader.
   b. Vid den yttre belastningen som visas i figuren, utan temperaturinverkan.

   I båda fallen skall det kontrolleras att reaktionskrafterna är i jämvikt med den yttre belastningen. Både kraftjämvikt och momentjämvikt ska kontrolleras. Rita i båda fallen en principiell deformationsfigur och kontrollera kvalitativt att dina resultat är rimliga.

Ledning

För enaxligt spänningstillstånd lyder Hookes lag (den konstitutiva lagen)

$$\sigma = E\varepsilon^e$$

där ε^e är den elastiska töjningen. Om vi inte har någon temperaturhöjning gäller $\varepsilon = \varepsilon^e$, där ε är den totala töjningen, d.v.s. Hookes lag blir

$$\sigma = E\varepsilon$$

Om vi har temperaturhöjning gäller $\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^\theta$ där ε^θ är töjningstillskottet på grund av temperaturen. Hookes lag blir då

$$\sigma = E(\varepsilon - \varepsilon^\theta)$$

Modifiera den konstitutiva lagen $\boldsymbol{N} = \lceil \boldsymbol{K} \rfloor \boldsymbol{n}$ på motsvarande sätt. Allt annat (kompatibilitet och jämvikt) är oförändrat. Det visar sig lämpligt att införa ”temperaturlängdutvidgningsvektorn” $\boldsymbol{\Delta}$ enligt

$$\boldsymbol{\Delta} = \begin{bmatrix} \Delta T_1 L_1 \\ \Delta T_2 L_2 \\ \vdots \end{bmatrix}$$

där t.ex. ΔT_2 och L_2 är temperaturändringen och längden relaterade till stång nummer 2.

Delsvar

Betrakta den vertikala förskjutningen (räknat positivt uppåt) av nodpunkt D där kraften F verkar. Svar till punkt 8 ovan blir då:
8a) 1.5 mm och 8b) -0.83 mm
Stångkraften i stång ④:
8a) −29.289 kN och 8b) −35.355 kN
Horisontell reaktionskraft i nodpunkt A (räknat positivt åt höger) blir:
8a) 20.711 kN och 8b) 50.0 kN

Anvisningar för rapportskrivning

Observera att **rapportens kvalitet måste vara god för att den skall bli godkänd**. Några tips är:

- Alla steg och delberäkningar skall förklaras tydligt. Läsaren ska kunna följa era tankesätt och era resultat ska kunna reproduceras enkelt.
- Det skall vara tydligt för läsaren vilka ekvationer som har använts. Om referenser anges så skall dessa vara tydliga (t.ex. *Se ekvation X i kursboken* eller *ekv. X på sida Y i formelsamlingen*).
- Alla antaganden och approximationer som görs skall tydligt förklaras.
- Använd stora och tydliga bilder och figurer för att redovisa resultaten tydligt. Grafer skall vara tydligt ritade med ordentliga namn och enheter på axlarna.
- Om Matlab/Scilab/Octave används så skall koden bifogas i ett appendix. Tänk ändå på att resultatet skall kunna reproduceras av läsaren utan att behöva titta på programkoden.