Tentamen i Hållfasthetslära AK2 2016-08-22

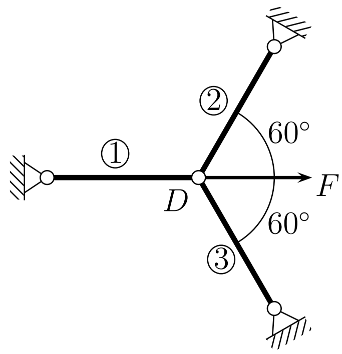
Tentand är skyldig att visa upp fotolegitimation. Om sådan inte medförts till tentamen skall den visas upp på Avdelningen för Hållfasthetslära senast en vecka efter tentamensdatum. 5-poängsuppgifterna bedöms enligt skalan 0, 3, 4, 5 poäng och 2-poängsuppgifterna bedöms enligt skalan 0, 1, 2 poäng. För godkänt krävs minst 10 poäng.

Alla lösningar skall vara väl motiverade och ett tydligt svar skall anges till varje uppgift.

Tillåtna hjälpmedel: Den formelsamling i hållfasthetslära som ingår i anvisad kurslitteratur, tabeller av typ TEFYMA samt miniräknare.

5-poängsuppgifter

Uppgift 1 (5p)



Stångsystemet i figuren är i punkt D belastat med en horisontell kraft F. Alla stängerna har samma längd l, elasticitetsmodul E och tvärsnittsarea A. Stängerna är monterade med 120° mellanrum. Beräkna förskjutningarna i punkt D i horisontell och vertikal riktning med hjälp av matrisformulerad förskjutningsmetod. Även stångkrafterna skall bestämmas i alla stängerna. Förskjutningarna ges genom att lösa ekvationssystemet

$$\boldsymbol{K}\boldsymbol{u} = \boldsymbol{P}$$

För att kunna lösa detta ekvationssystem måste den globala styvhetsmatrisen $\boldsymbol{K}$ etableras och komponenterna i vektorerna $\boldsymbol{u}$ och $\boldsymbol{P}$ måste identifieras.

Ledning: Kraftjämvikten mellan yttre krafter och stångkrafter kan skrivas som

$$\boldsymbol{P} = \boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{N}$$

där $\boldsymbol{P}$ är den yttre lastvektorn, $\boldsymbol{A}$ är transformationsmatrisen och $\boldsymbol{N}$ stångkraftvektorn. Kompatibiliteten mellan stångförlängningar och nodförskjutningar ges av

$$\boldsymbol{n} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{u}$$

där $\boldsymbol{n}$ är stångförlängningsvektorn och $\boldsymbol{u}$ nodförskjutningsvektorn. Den konstitutiva lagen uttrycks genom Hookes lag som

$$\boldsymbol{N} = \lceil \boldsymbol{K} \rfloor \boldsymbol{n}$$

Uppgift 2 (5p)

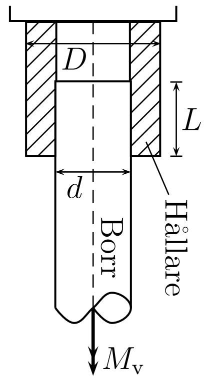
I en punkt i en kropp är spänningstillståndet givet av

$$\boldsymbol{S} = \begin{bmatrix} 4 & 4 & 0 \\ 4 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix} \quad \text{MPa}$$

Beräkna genom handräkning, d.v.s. utan räknare, alla tre huvudspänningarna, den huvudspänningsriktning som hör till den största huvudspänningen samt den maximala skjuvspänningen i den aktuella punkten.

Uppgift 3 (5p)

Ett borr med diametern d skall spännas fast i en hållare genom ett krympförband. Hållaren kan betraktas som en cylinder med ytterdiametern D. Friktionskoefficienten mellan borr och hållare är μ och borret är instucket längden L i hållaren. Materialet i både borr och hållare har elasticitetsmodulen E. Bestäm det grepp Δ mellan borr och hållare som krävs för att kunna överföra ett vridmoment M_v under borrning. Följande deluppgifter skall lösas:



a) Hur ser deformationssambandet mellan borr och hållare ut, utryckt i tangentiella töjningar ε_φ?

b) Hur ser deformationssambandet mellan borr och hållare ut, utryckt i spänningar?

c) Vilka randvillkor kan användas för att bestämma spänningskomponenterna?

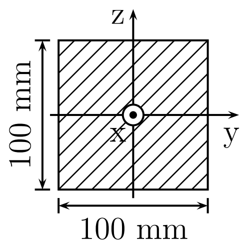
d) Hur varierar spänningarna i radialled i hållare och borr? D.v.s. ange $\sigma_\mathrm{r}(r)$ och $\sigma_\varphi(r)$ för både borr och hållare.

e) Bestäm kontakttrycket p mellan borr och hållare samt greppet Δ som krävs för att överföra vridmomentet M_v.

2-poängsuppgifter

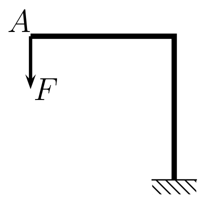
Uppgift 4 (2p)

Ett kvadratiskt tvärsnitt med dimensioner enligt figur utsätts för ett vridande moment $M_\mathrm{v} = 12$ kNm, positivt riktat kring x-axeln (som går mot dig ut ur pappret plan), samt ett böjande moment $M_\mathrm{b} = 10$ kNm, positivt riktat kring y-axeln. Bestäm den maximala effektivspänningen enligt von Mises flythypotes på grund av dessa laster.



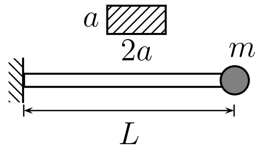
Uppgift 5 (2p)

Ett ramverk består av två balkar som är sammansvetsade i rät vinkel mot varandra. Båda balkarna har böjstyvheten EI och längden L. Ramverket belastas i punkten A av en vertikal kraft F. Beräkna med hjälp av Castiglianos sats ramverkets horisontella och vertikala förskjutning i punkten A.



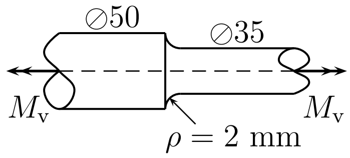
Uppgift 6 (2p)

En punktmassa $m = 0.1$ kg sitter fäst vid änden av en stav som har längden $L = 0.1$ m. Staven har ett rektangulärt tvärsnitt med höjden a och bredden $2a$. Materialet i staven har elasticitetsmodulen $E = 200$ GPa. Bestäm måttet a så att periodtiden för massans egensvängning blir $T = 0.01$ s. Försumma inverkan av gravitationen.



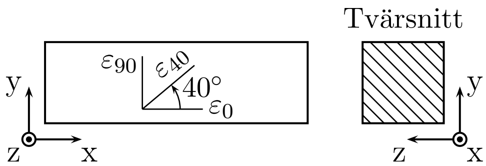
Uppgift 7 (2p)

En vevaxel med cirkulärt tvärsnitt har en diameterändring enligt figuren och utsätts för ett vridande moment som varierar enligt $M_\mathrm{v} = M_0\,(1 + 2\sin\omega t)$. Materialet i axeln är normaliserat stål 141650-01 och axelns yta är slipad till ett profildjup $R_\mathrm{t} \approx 5$ μm. Bestäm M_0 så att säkerheten mot utmattning är 2.

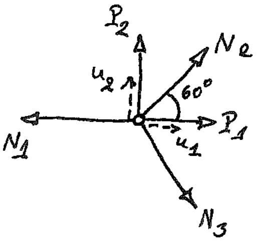


Uppgift 8 (2p)

En stålstång med kvadratiskt tvärsnitt är försedd med tre trådtöjningsgivare. De är limmade i x- och y-riktningarna samt 40° mot x-riktningen enligt figuren. Den sistnämnda givaren registrerar töjningen $\varepsilon_{40} = 250 \times 10^{-6}$. Man misstänkar att stången är belastad med en dragkraft i längdriktningen (d.v.s. i x-riktningen). Om detta är den enda belastningen, vilka töjningar bör då givarna i x- och y-riktningen registrera?



1) Frilägg punkt D, inför generaliserade konjugerade krafter och förskjutningar. Ställ upp jämvikt.



$$\left.\begin{aligned}(\rightarrow):&\ -N_1+N_2\cos 60°+N_3\cos 60°+P_1=0\\(\uparrow):&\ N_2\sin 60°-N_3\sin 60°+P_2=0\end{aligned}\right\}\Rightarrow\begin{cases}-N_1+\frac{1}{2}N_2+\frac{1}{2}N_3+P_1=0\\\frac{\sqrt{3}}{2}N_2-\frac{\sqrt{3}}{2}N_3+P_2=0\end{cases}$$

Skriv på matrisform:

$$\underbrace{\begin{bmatrix}1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2}\\0 & -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2}\end{bmatrix}}_{\bar{\bar{A}}^T}\underbrace{\begin{bmatrix}N_1\\N_2\\N_3\end{bmatrix}}_{\bar{N}}=\underbrace{\begin{bmatrix}P_1\\P_2\end{bmatrix}}_{\bar{P}}\qquad\text{där }\bar{P}=\begin{bmatrix}F\\0\end{bmatrix}$$

$$\bar{P}=\bar{\bar{A}}^T\bar{N}=\bar{\bar{A}}^T\,{}^{r}\bar{\bar{K}}_{\lrcorner}\bar{n}=\underbrace{\bar{\bar{A}}^T\,{}^{r}\bar{\bar{K}}_{\lrcorner}\bar{\bar{A}}}_{\bar{\bar{K}}}\bar{u}=\bar{\bar{K}}\bar{u}\qquad\text{där }{}^{r}\bar{\bar{K}}_{\lrcorner}=\frac{EA}{l}\begin{bmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{bmatrix}$$

d.v.s. $\bar{\bar{K}}=\bar{\bar{A}}^T\,{}^{r}\bar{\bar{K}}_{\lrcorner}\bar{\bar{A}}=\frac{3}{2}\frac{EA}{l}\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix}\Rightarrow\bar{\bar{K}}^{-1}=\frac{2}{3}\frac{l}{EA}\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix}$

Förskjutningar: $\bar{u}=\bar{\bar{K}}^{-1}\bar{P}=\frac{2}{3}\frac{l}{EA}\begin{bmatrix}F\\0\end{bmatrix}$, stångkrafter: $\bar{N}={}^{r}\bar{\bar{K}}_{\lrcorner}\bar{\bar{A}}\bar{u}=\frac{1}{3}F\begin{bmatrix}2\\-1\\-1\end{bmatrix}$

<u>Svar:</u> Förskjutningsvektor: $\bar{u}=\begin{bmatrix}\text{horisontell}\\\text{vertikal}\end{bmatrix}=\frac{2}{3}\frac{l}{EA}\begin{bmatrix}F\\0\end{bmatrix}$

Stångkraftvektor: $\bar{N}=\frac{F}{3}\begin{bmatrix}2\\-1\\-1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}N_1\\N_2\\N_3\end{bmatrix}$

---

2) Givet spänningstillstånd: $\bar{\bar{S}}=\begin{bmatrix}4&4&0\\4&4&0\\0&0&-2\end{bmatrix}$ MPa. Egenvärdesproblem: $(\bar{\bar{S}}-\sigma\bar{\bar{I}})\bar{n}=\bar{0}$ (1)

Lös ut huvudspänningarna ur: $\det(\bar{\bar{S}}-\sigma\bar{\bar{I}})=0\Rightarrow\begin{vmatrix}4-\sigma&4&0\\4&4-\sigma&0\\0&0&-2-\sigma\end{vmatrix}=0$

d.v.s. $(2+\sigma)\left[16-(4-\sigma)^2\right]=0\Rightarrow\begin{cases}\sigma_1=8\text{ MPa}\\\sigma_2=0\\\sigma_3=-2\text{ MPa}\end{cases}$ (2)

Huvudspänningsriktningarna ges genom att sätta in (2) i (1) och normera egenvektorerna

$\underline{\underline{\sigma_1}}$ $\left.\begin{array}{l}\begin{bmatrix}-4&4&0\\4&-4&0\\0&0&-10\end{bmatrix}\begin{bmatrix}n_{1x}\\n_{1y}\\n_{1z}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\0\\0\end{bmatrix}\\\bar{n}_1^T\bar{n}=1\Rightarrow n_{1x}^2+n_{1y}^2+n_{1z}^2=1\end{array}\right\}\Rightarrow\bar{n}_1=\pm\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}1\\1\\0\end{bmatrix}$

$\underline{\underline{\sigma_2}}$ $\left.\begin{array}{l}\begin{bmatrix}4&4&0\\4&4&0\\0&0&-2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}n_{2x}\\n_{2y}\\n_{2z}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\0\\0\end{bmatrix}\\\bar{n}_2^T\bar{n}=1\Rightarrow n_{2x}^2+n_{2y}^2+n_{2z}^2=1\end{array}\right\}\Rightarrow\bar{n}_2=\pm\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}1\\1\\0\end{bmatrix}$

$\underline{\underline{\sigma_3}}$ $\left.\begin{array}{l}\begin{bmatrix}6&4&0\\4&6&0\\0&0&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}n_{3x}\\n_{3y}\\n_{3z}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\0\\0\end{bmatrix}\\\bar{n}_3^T\bar{n}=1\Rightarrow n_{3x}^2+n_{3y}^2+n_{3z}^2=1\end{array}\right\}\Rightarrow\bar{n}_3=\begin{bmatrix}6\\6\\\pm 1\end{bmatrix}$

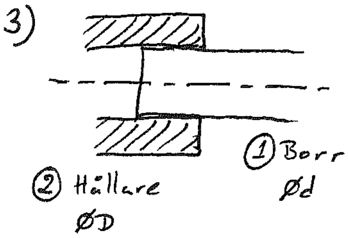
Maximal skjuvspänning: $\tau_{max}=\frac{1}{2}\max\left(|\sigma_1-\sigma_2|,|\sigma_1-\sigma_3|,|\sigma_2-\sigma_3|\right)=\frac{1}{2}\max(8,10,2)=\frac{10}{2}\text{ MPa}=\underline{5\text{ MPa}}$
(jmfr Mohrs cirkel)

<u>Svar:</u> Huvudspänningar: $\sigma_1=8$ MPa, $\sigma_2=0$, $\sigma_3=-2$ MPa

Huvudspänningsriktningar: $\bar{n}_1^T=\pm\frac{1}{\sqrt{2}}[1\ 1\ 0]$, $\bar{n}_2^T=\pm\frac{1}{\sqrt{2}}[1\ 1\ 0]$, $\bar{n}_3^T=[0\ 6\ \pm 1]$

Maximal skjuvspänning: $\tau_{max}=5$ MPa

3)



a) Deformationssamband uttryckt i radiell förskjutning

$$u_2\left(\frac{d}{2}\right) - u_1\left(\frac{d}{2}\right) = \frac{\Delta}{2} \qquad (1)$$

Tangentiell töjning: $\varepsilon_\varphi(r) = \frac{u}{r}$, som med (1) ger

$$\varepsilon_{\varphi_2}\left(\frac{d}{2}\right) - \varepsilon_{\varphi_1}\left(\frac{d}{2}\right) = \frac{\Delta}{d} \qquad (2)$$

b) Plan spänning: $\varepsilon_\varphi = \frac{1}{E}(\sigma_\varphi - \nu\sigma_r)$, som med (2) ger

$$\sigma_{\varphi_2}\left(\frac{d}{2}\right) - \nu\sigma_{r_2}\left(\frac{d}{2}\right) - \sigma_{\varphi_1}\left(\frac{d}{2}\right) + \nu\sigma_{r_1}\left(\frac{d}{2}\right) = \frac{E\Delta}{d}$$

$$\Rightarrow \sigma_{\varphi_2}\left(\frac{d}{2}\right) - \sigma_{\varphi_1}\left(\frac{d}{2}\right) - \nu\left[\sigma_{r_2}\left(\frac{d}{2}\right) - \sigma_{r_1}\left(\frac{d}{2}\right)\right] = \frac{E\Delta}{d} \qquad (3)$$

c) Randvillkor: Borr $\sigma_{r_1}(0)$ och $\sigma_{\varphi_1}(0)$ är ändliga då $u_1(0)=0$

Med $\sigma_{r_1} = A - \frac{B}{r^2}$ och $\sigma_{\varphi_1} = A + \frac{B}{r^2}$ ges då $r \to 0$ att $\sigma_{r_1} = \sigma_{\varphi_1} = A = -p$ (4)

Hållare $\sigma_{r_2}\left(\frac{d}{2}\right) = -p$, $\sigma_{r_2}\left(\frac{D}{2}\right) = 0$ (5)

d) Ekvationer för tjockväggiga cylindrar ger med (5) att

$$\begin{cases} \sigma_{r_2}\left(\frac{d}{2}\right) = A - \frac{4B}{d^2} = -p \\ \sigma_{r_2}\left(\frac{D}{2}\right) = A - \frac{4B}{D^2} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = \frac{d^2}{D^2-d^2}p \\ B = \frac{d^2D^2}{4(D^2-d^2)}p \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sigma_{r_2}(r) = \frac{d^2}{D^2-d^2}\left[1 - \frac{D^2}{4}\frac{1}{r^2}\right]p \\ \sigma_{\varphi_2}(r) = \frac{d^2}{D^2-d^2}\left[1 + \frac{D^2}{4}\frac{1}{r^2}\right]p \end{cases} \qquad (6)$$

Spänningen i borret är homogen (oberoende av r): $\sigma_{r_1} = \sigma_{\varphi_1} = -p$ för alla r (7)

e) Sammansättning av (3), (4), (5), (6) och (7) ger

$$\frac{d^2}{D^2-d^2}\left[1 + \frac{D^2}{d^2}\right]p - (-p) - \nu\left\{\frac{d^2}{D^2-d^2}\left[1 - \frac{D^2}{d^2}\right]p - (-p)\right\} = \frac{E\Delta}{d} \Rightarrow \Delta = \frac{2pD^2d}{E(D^2-d^2)} \qquad (8)$$

Nödvändigt grepp

Samband mellan vridande moment M_v och kontakttryck p:

Normalkraft p.g.a. tryck: $N = pA = p2\pi\frac{d}{2}L$

Friktionskraft: $F = \mu N$

Vridande moment: $M_v = F \cdot \frac{d}{2}$

$$\Rightarrow M_v = \mu p\pi\frac{d^2}{2}L \Rightarrow p = \frac{2M_v}{\mu\pi d^2 L} \qquad (9)$$

Sammansättning av (8) och (9) ger:

$$\Delta = \frac{4M_v}{\mu\pi d L E\left(1 - \left(\frac{d}{D}\right)^2\right)} \qquad (10)$$

Svar: a) Se (2), b) Se (3), c) Se (4) & (5), d) Se (6) & (7), e) Se (9) & (10)

4) Böjmotstånd: $W_b = \frac{bh^2}{6} = \frac{100 \cdot 100^2}{6}\,mm^3 = 166667\,mm^3$

Vridmotstånd: $\frac{h}{b} = 1 \Rightarrow F_2 \approx 0{,}883$ och $W_v = \frac{F_2}{4}hb^2 = \frac{0{,}883}{4} \cdot 100 \cdot 100^2\,mm^3 = 208250\,mm^3$

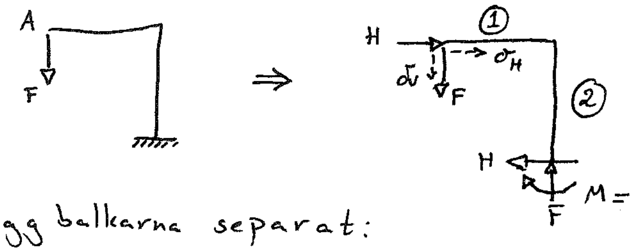
Böjspänning: $\sigma_b = \frac{M_b}{W_b} = \frac{10 \times 10^6\,Nmm}{166667\,mm^3} = 60\,N/mm^2$

Vridskjuvspänning: $\tau_v = \frac{M_v}{W_v} = \frac{12 \times 10^6\,Nmm}{208250\,mm^3} = 57{,}623\,\frac{N}{mm^2}$

Effektivspänning: $\sigma_{eff} = \sqrt{\sigma_b^2 + 3\tau_v^2} = \sqrt{60^2 + 3 \cdot 57{,}623^2} \approx \underline{116{,}5\,MPa}$

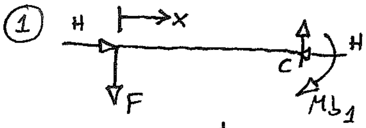
Svar: Effektivspänningen blir 116.5 MPa

5)

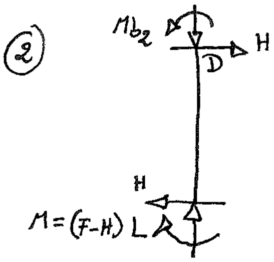


$M = FL - HL = (F-H)L$

Frilägg balkarna separat:



$(C\circlearrowright): \quad M_{b_1} - Fx = 0 \Rightarrow M_{b_1}(x) = Fx$



$(D\circlearrowright): \quad -M_{b_2} + (F-H)L + Hx = 0 \Rightarrow M_{b_2}(x) = FL + H(x-L)$

Komplementär töjningsenergi: $\bar{W} = \int_0^L \frac{M_{b_1}^2}{2EI}dx + \int_0^L \frac{M_b^2}{2EI}dx =$

$$= \frac{F^2L^3}{6EI} + \int_0^L \frac{[FL + H(x-L)]^2}{2EI}dx = \frac{L^3}{EI}\left[\frac{2}{3}F^2 - \frac{HF}{2} + \frac{H^2}{6}\right]$$

Förskjutningar:

$$\begin{cases} \delta_V = \dfrac{\partial \bar{W}}{\partial F} = \dfrac{L^3}{EI}\left(\dfrac{4}{3}F - \underbrace{\dfrac{H}{2}}_{H=0}\right) = \underline{\dfrac{4FL^3}{3EI}} \\[2ex] \delta_H = \dfrac{\partial \bar{W}}{\partial H} = \dfrac{L^3}{EI}\left(-\dfrac{F}{2} + \underbrace{\dfrac{H}{3}}_{H=0}\right) = \underline{-\dfrac{FL^3}{2EI}} \end{cases}$$

Svar: Horisontell förskjutning (åt vänster): $-\frac{FL^3}{2EI}$, vertikal förskjutning: $\frac{4FL^3}{3EI}$ (nedåt)

---

6)

Rörelseekvation för massan: $-F = m\ddot{u}$ (1)

Elastisk balk: $F = k \cdot u$ (2)

(1) & (2): $m\ddot{u} + ku = 0 \Rightarrow \left.\begin{aligned}\ddot{u} + \omega_0^2 u = 0 \\ \omega_0^2 = \frac{k}{m}\end{aligned}\right\}$ (3)

Elementarfall för konsolbalk:

$u = \frac{FL^3}{3EI} \Rightarrow F = k \cdot u$ där $k = \frac{3EI}{L^3}$ (4)

Egenvinkelfrekvensen ges av (3) och (4): $\omega_0 = \sqrt{\frac{3EI}{mL^3}}$ (5)

Areatröghetsmoment: $I = \frac{2a \cdot a^3}{12} = \frac{a^4}{6}$ (6)

Period: $T = \frac{2\pi}{\omega_0}$ s (7)

Sammansättning av (5)-(7) ger:

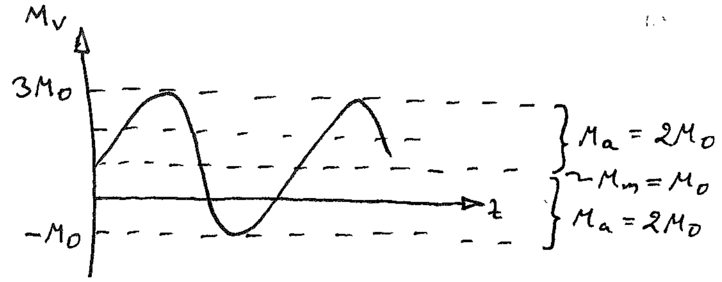
$$\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \frac{3E}{mL^3}\frac{a^4}{6} \Rightarrow \underline{a = \left(\frac{8mL^3}{E}\frac{\pi^2}{T^2}\right)^{1/4}} \quad (8)$$

Insättning av $E = 200$ GPa, $m = 0.1$ kg, $L = 0,1$ m och $T = 0,01$ s ; (8) ger $a = 0,0045$ m

Svar: $a = 4,5$ mm

---

7)



$\tau_v = \dfrac{M_v}{W_v} = \underbrace{\dfrac{M_m}{W_v}}_{\tau_m} \pm \underbrace{\dfrac{M_a}{W_v}}_{\tau_a}$

$\tau_m = \dfrac{M_m}{W_v} = \dfrac{M_0}{W_v}$, $\tau_a = \dfrac{M_a}{W_v} = \dfrac{2M_0}{W_v}$

Arbetslinje: $\tau_a = 2\tau_m$

Materialdata: $\tau_{uv} = 150\ MPa$, $\tau_{uvp} = 150\ MPa$, $\sigma_B = 640\ MPa$

Reduktion: Ej gjuten detalj: $\lambda = 1$

$\dfrac{g}{d} = \dfrac{2}{35} = 0{,}057$ och $\dfrac{D}{d} = \dfrac{50}{35} = 1{,}43 \Rightarrow K_t \approx 1{,}6$

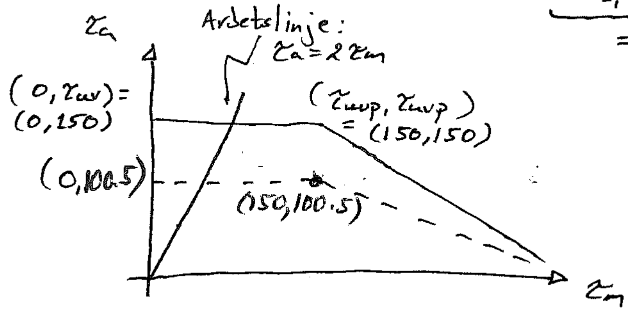
$q \approx 0{,}75$

$K_f = 1 + q(K_t - 1) = 1 + 0{,}75(1{,}6 - 1) = 1{,}45$

Då $K_f \neq 0$ är $K_d = 1$

$R_a = \dfrac{R_t}{4} \approx 1{,}25\,\mu m \Rightarrow \dfrac{1}{K_r} \approx 0{,}97$

$\tau_a^{red} = \lambda \dfrac{1}{K_f K_d K_r} \tau_a^{tabell} = \underbrace{1 \cdot \dfrac{1}{1{,}45 \cdot 1} \cdot 0{,}97}_{= 0{,}67} \cdot \tau_a^{tabell} \Rightarrow \tau_{uv}^{red} = 100{,}5\ MPa$



Säkerhetsfaktor: $\tau_{a,till} = \dfrac{100{,}5}{2}\ MPa = 50{,}25\ MPa$

$\tau_{a,till} = \dfrac{2M_0}{W_v} \Rightarrow M_0 = \dfrac{1}{2}\tau_{a,till} \cdot W_v =$

$= \dfrac{50{,}25 \times 10^6}{2} \cdot W_v = 25{,}125 \times 10^6 \cdot W_v$

Vridmotstånd: $W_v = \dfrac{\pi}{2}\left(\dfrac{d}{2}\right)^3 = \dfrac{\pi}{16}(35 \times 10^{-3})^3$

$= 8{,}42 \times 10^{-6}\ m^3$

$M_0 = 25{,}125 \times 10^6 \cdot 8{,}42 \times 10^{-6}\ Nm = \underline{\underline{212\ Nm}}$

__Svar:__ Momentet blir $M_0 = 212\ Nm$

---

8) Notera: $\varepsilon_{xx} = \varepsilon_0$ och $\varepsilon_{yy} = \varepsilon_{90}$ samt $\varepsilon_{40} = 250 \times 10^{-6}$

Med endast dragspänning i x-led ges: $\varepsilon_{xx} = \dfrac{\sigma_{xx}}{E}$, $\varepsilon_{yy} = -\nu \dfrac{\sigma_{xx}}{E}$, $\gamma_{xy} = 0$ (1)

$\varepsilon_\varphi(\varphi = 40°) = \frac{1}{2}(\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy}) + \frac{1}{2}(\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy})\cos 80° = 250 \times 10^{-6} = \varepsilon_{40}$

$\Rightarrow \varepsilon_{xx}(1 + \cos 80°) + \varepsilon_{yy}(1 - \cos 80°) = 2 \cdot \varepsilon_{40}$ (2)

(1)&(2): $\dfrac{\sigma_{xx}}{E}(1 + \cos 80°) - \nu \dfrac{\sigma_{xx}}{E}(1 - \cos 80°) = 2\varepsilon_{40}$

$$\Rightarrow \sigma_{xx} = \frac{2E\varepsilon_{40}}{(1+\cos 80°) - \nu(1 - \cos 80°)}$$

(1): $\varepsilon_{xx} = \dfrac{\sigma_{xx}}{E} = \dfrac{2\varepsilon_{40}}{(1+\cos 80°) - \nu(1-\cos 80°)} = \dfrac{2 \cdot 250 \times 10^{-6}}{(1 + \cos 80°) - 0{,}3(1 - \cos 80°)} = \underline{\underline{5{,}4 \times 10^{-4}}}$

$\varepsilon_{yy} = -\nu \dfrac{\sigma_{xx}}{E} = \dfrac{-2\nu\varepsilon_{40}}{(1+\cos 80°) - \nu(1 - \cos 80°)} = \underline{\underline{-1.6 \times 10^{-4}}}$

__Svar:__ Töjningarna i x- och y-riktningarna blir $5{,}4 \times 10^{-4}$ och $-1{,}6 \times 10^{-4}$, respektive.