

*Institutionen för bygghvetenskaper*

**Hållfasthetslära**

ISRN LUTFD2/TFHF-12/5168-SE(1-125)

# Framtagning och optimering av nya fackverksbalkar för väderskydd

Examensarbete av

**Kristoffer Mossheden och Mattias Högberg**

HANDLEDARE

PATRIK LENNARTSSON, HAKI AB

INGEMAR NILSSON, HAKI AB

SARA THYLANDER, AVDELNINGEN FÖR HÅLLFASTHETSLÄRA

SALLY ISSA, AVDELNINGEN FÖR HÅLLFASTHETSLÄRA

EXAMINATOR

INGRID SVENSSON, AVDELNINGEN FÖR HÅLLFASTHETSLÄRA

Copyright © 2012 av avdelningen för Hållfasthetslära, HAKI AB,

Kristoffer Mossheden och Mattias Högberg

Tryckt av Media-Tryck, Lund, Sweden

För information, adress:

Avdelningen för Hållfasthetslära, Lunds Universitet, Box 118, SE-221 00 Lund, Sweden.

Hemsida: <http://www.solid.lth.se>

# Förord

Detta examensarbete är utfört under avdelningen för Hållfasthetslära vid Lunds Tekniska Högskola (LTH) på uppdrag av HAKI AB i Sibbhult. HAKIs kunder har börjat efterfråga färre komponenter och större spännvidder på deras väderskydd. Därför blev uppgiften att ta fram förslag på nya fackverksbalkar med bättre hållfasthet och integrerat dukspår.

Först vill vi tacka våra handledare på HAKI Ingemar Nilsson och Patrik Lennartsson som har varit till stor hjälp när frågor och problem har uppstått. Vi vill även tacka Jan Bengtsson, Jan Persson och Christofer Stenhoff som har bidragit med värdefulla kommentarer under arbetets gång.

Vidare vill vi tacka våra handledare på LTH; Sara Thylander och Sally Issa för deras engagemang vid kontroll av innehållet och vid utformningen av rapporten. Dessutom vill vi tacka vår examinator Ingrid Svensson.

Till sist vill vi tacka personalen på Restaurang Tranan i Sibbhult för den goda maten som gjorde att vi hade energi att slutföra arbetet.

Hässleholm, Juli 2012

Kristoffer Mossheden och Mattias Högberg

# Sammanfattning

HAKI AB har börjat få förfrågningar från sina kunder om det skulle gå att integrera en dukskena i deras väderskydds takstolar. Syftet med en integrerad dukskena är att få färre komponenter och därmed underlätta vid monteringen av väderskydden. Därför har olika förslag på balkprofiler tagits fram med ett integrerat spår. För att få ett rimligt antal profiler att optimera har Ulrich & Eppingers metod använts för att gallra ut de mest intressanta förslagen. Metoden går ut på att rangordna de framtagna profilförslagen efter valkriterier som beskriver de önskade egenskaperna hos profilerna. Optimeringen har gjorts i ANSYS Workbench 13.0, vilket är ett kommersiellt program som använder finita element metoden, med målet att göra de så starka som möjligt utan att överskrida HAKIs viktkriterie. De bästa profilerna sattes sedan ihop till fackverksbalkar vilka även optimerades och analyserades för att kunna jämföras med de tillåtna lasterna för HAKIs befintliga fackverksbalk. Vid analyserna utsattes fackverksbalkarna för jämt utbredd last. Storleken på denna last ökades successivt tills spänningarna i materialet blev ekvivalent med sträckgränsen eller den kritiska knäcklasten erhöles. För att få fram de tillåtna material- och knäcklasterna används säkerhetsfaktorer enligt gällande standarder för aluminiumkonstruktioner. Efter jämförelse av de tillåtna lasterna visade det sig att fackverket med profil 15 No Hole var bäst eftersom det klarar av större spännvidder än den befintliga balken. Därför drogs slutsatsen att detta förslag bör beaktas om HAKI ska byta fackverksbalk.

## Abstract

HAKI AB has started to receive requests from its customers if it is possible to integrate a canvas rail into their weather protection rafters. The purpose of an integrated canvas rail is to have fewer components, thus facilitating the assembly of the weather protections. Various beam profiles has therefore been developed with an integrated rail. The Ulrich & Eppingers method has been used to find the most interesting proposals so that the number of profiles to be optimized was reasonable. The approach is to rank the proposed profiles according to criteria that describe the desired properties of the profiles. The optimization was carried out in ANSYS Workbench 13.0, which is a commercial program that uses the finite element method, where the goal was to make them as strong as possible without exceeding HAKI's weight criteria. The best profiles were then assembled into frameworks which are also optimized and analyzed for comparison with the allowed loads of HAKI's existing framework. In the analyses the frameworks were exposed to an even distributed load. The magnitude of this load was increased gradually until the stresses in the material corresponded to the yield point or that the structure buckled. To obtain the allowed material and buckling loads safety factors are used according to current standards for aluminum structures. After comparison of the allowed loads it turned out that the framework with profile 15 No Hole was the best because it could handle larger spans than the existing framework. It was therefore concluded that this proposal should be considered if HAKI intend to switch framework.



# Innehållsförteckning

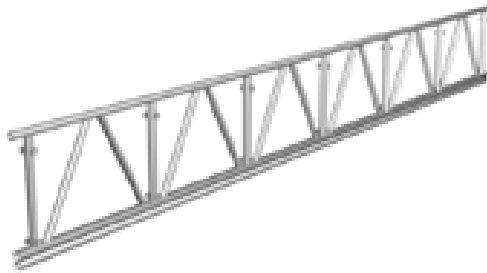
1	Introduktion.....	1
1.1	Bakgrund .....	1
1.2	Syfte och metod .....	1
1.3	Mål .....	1
1.4	Om HAKI AB .....	2
2	Teori.....	3
2.1	Rak balkböjning.....	3
2.1.1	Böjspänning.....	3
2.1.2	Steiners sats.....	7
2.2	Vridning .....	8
2.3	Strukturoptimering .....	15
2.3.1	Matematisk formulering .....	15
2.3.2	Sannolikhetsmässig optimering.....	16
2.4	Finita elementmetoden .....	20
2.5	Knäckning.....	24
2.5.1	Egenvärdesknäckning .....	26
3	Framtagning och utvärdering av balkprofil .....	28
3.1	Principskisser .....	28
3.1.1	Profil 1 .....	29
3.1.2	Profil 2 .....	29
3.1.3	Profil 3 .....	30
3.1.4	Profil 4 .....	30
3.1.5	Profil 5 .....	31
3.1.6	Profil 6 .....	31
3.1.7	Profil 7 .....	32
3.1.8	Profil 8 .....	32
3.1.9	Profil 9 .....	33
3.1.10	Profil 10 .....	33
3.1.11	Profil 11 .....	34
3.1.12	Profil 12 .....	34
3.1.13	Profil 13 .....	35
3.1.14	Profil 14 .....	35
3.1.15	Profil 15 .....	36
3.2	Utvärdering av profiler .....	37
3.2.1	Concept Screening.....	37
3.2.2	Concept Scoring.....	38
4	Optimering av tvärsnitten.....	39

5 Optimering av fackverksbalkar.....	41
6 Hållfasthetsanalys av fackverk.....	43
7 Slutsatser... ..	47
7.1 Fackverk 1.....	47
7.2 Fackverk 3.....	47
7.3 Fackverk 6.....	48
7.4 Fackverk 9.....	49
7.5 Fackverk 11.....	49
7.6 Fackverk 15 Hole.....	50
7.7 Fackverk 15 No Hole.....	51
8 Diskussion.....	53
9 Arbetsfördelning.....	55
10 Referenser.....	56
Bilaga A – HAKIs väderskydd	
Bilaga B – Yttröghetsmoment	
Bilaga C – Eulers knäckningsfall	
Bilaga D – Optimering av profiler	
Bilaga E – Optimering av fackverk	
Bilaga F – Ritningar av profiler och fackverk	
Bilaga G – Hållfasthetsanalyser av fackverk	

# 1 Introduktion

## 1.1 Bakgrund

Kristoffer Mossheden jobbade under sommaren 2011 på HAKI AB med att vidareutveckla deras befintliga beräkningsprogram för väderskydd. Med tiden dök frågan om examensarbete upp och det ställde sig HAKI positivt till. Efter ett besök på HAKI och eftersom de hade tänkt ta fram en ny fackverksbalk till sina väderskydd kom vi gemensamt överens om att detta var en lämplig uppgift för vårt examensarbete. I figur 1.1 visas HAKIs befintliga fackverksbalk.



*Figur 1.1. HAKIs befintliga fackverksbalk, även kallad 750-balken.*

## 1.2 Syfte och metod

HAKIs kunder efterfrågar i dagsläget färre komponenter och möjligheten till större spännvidder på väderskydden. Därför är syftet med detta examensarbete att ta fram en starkare fackverksbalk med integrerad dukskena. För att åstadkomma detta tas olika koncept på balkprofilen fram som sedan evalueras mot framtagna valkriterier. De bästa koncepten optimeras för att kunna ta upp så stora laster som möjligt utan att överskrida viktkriteriet på 4,6 kg/m. De optimerade balkprofilerna sätts sedan samman till fackverksbalkar som optimeras på samma sätt, där en fackverksbalk maximalt får väga 30 kg. Till sist jämförs fackverksbalkarna mot den befintliga för att avgöra om de har blivit bättre. Jämförelserna följer gällande standarder för aluminiumkonstruktioner och byggställningar.

Framtagandet av koncept görs med hjälp brainstorming och skissas ned på papper för att sedan ritas in i ANSYS Workbench 13.0 där de optimeras. ANSYS är ett kommersiellt finita elementprogram som används på HAKI. De slutgiltiga 3D-modellerna och ritningarna görs i Autodesk Inventor 2012.

## 1.3 Mål

Följande är de övergripande målen med examensarbetet

- Ta fram en fackverksbalk med integrerad dukskena.
- Göra fackverket starkare än det befintliga för att möjliggöra större spännvidder.

## 1.4 Om HAKI AB

Byggställningsföretaget HAKI AB tillverkar byggställningar och väderskydd för olika byggbranscher. Deras produkter har funnits på marknaden i över 50 år vilket har gjort att de nu är ett av de största byggställningsföretagen i Sverige. De började tillverka sina ställningar i stål men har börjat använda sig allt mer av aluminium för att kunna möta kundernas krav på lättare komponenter och offshore industrins aggressiva miljöer.

HAKIs väderskydd bygger på att det finns en stomme att montera taket på. Stommen brukar i de flesta fall bestå av byggställning och takstolar av fackverksbalkar i aluminium. På takstolarna fästs en strängpressad aluminiumskena med hjälp av skenfästen som säkras med låssprintar. Takduken dras sedan genom skenans spår vilket ger ett komplett väderskydd, se bilaga A för att få en tydligare bild av hur väderskydden fungerar.

## 2 Teori

För att få ut så mycket som möjligt av detta arbete behövs en teoretisk verktygslåda. Denna består bland annat av en del om balkböjning och en om vridning, vilka är de lastfall som tvärsnitten utsätts för under optimeringen. Metoden som ANSYS använder vid optimering är sannolikhetsoptimering, därför beskrivs även detta i teorin. Till sist för att kunna jämföra fackverksbalkarna med varandra behövs teorin om finita elementmetoden och knäckning. När ANSYS jobbar med knäckning använder den sig av egenvärdesknäckning vilket beskrivs i knäckningsavsnittet.

### 2.1 Rak balkböjning

Teorin om den raka balkböjningen är skriven med stor hjälp av *Ottosen et al* [1]. Enligt KTHs *Handbok och formelsamling i Hållfasthetslära* [2] är en balk ett långsträckt konstruktionselement som är avsett huvudsakligen att bära upp transversella krafter. En rak balk har i odeformerat tillstånd en medellinje som är en rät linje och går genom tvärsnittets tyngdpunkt. För att få fram en enkel balkböjnings teori brukar Bernoullis antaganden användas, vilka är:

- Plana tvärsnitt förblir plana vid deformation.
- Tvärsnitt som är vinkelräta mot medellinjen före deformation förblir vinkelräta mot medellinjen efter deformation.



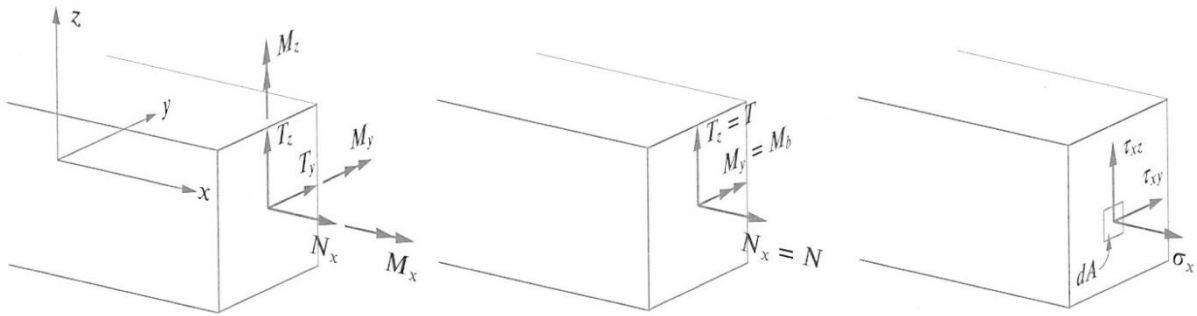
Figur 2.1. Bernoullis antagande [1].

#### 2.1.1 Böjspänning

För att kunna härleda böjspänningen i en balk måste vissa snittstorheter definieras. Dessa presenteras i figur 2.2 och är normalkraften  $N_x = N$ , tvärkrafterna  $T_y$  och  $T_z = T$ , vridmomentet  $M_x$  och böjmomenten  $M_y = M_b$  och  $M_z$ . Snittstorheterna ger upphov till följande spänningar  $\sigma_x$ ,  $\tau_{xy}$  och  $\tau_{xz}$ . För enkelhetens skull kommer endast plan böjning att beaktas vilket medför att

$$T_y = 0 \quad (1)$$

$$M_x = M_z = 0 \quad (2)$$



Figur 2.2. Definition av snittstorheter [1].

Resultanterna till spänningarna i figur 2.2 kan därmed beräknas genom integration över hela snittytan. Följande samband gäller då mellan snittstorheterna och spänningarna

$$N_x = N = \int_A \sigma_x dA \quad (3)$$

$$T_z = T = \int_A \tau_{xz} dA \quad (4)$$

$$M_y = M_b = \int_A z \sigma_x dA \quad (5)$$

För att kunna ta fram ett uttryck för böjspänningen måste deformationsvillkor användas, då detta är ett statiskt obestämt system. Tack vare Bernoullis antaganden och antagandet om små deformationer kan en böjd balk ses som en cirkelbåge, se figur 2.3. Utifrån figuren kan följande storheter definieras

$\varepsilon_0$  = medellinjens normaltöjning

$\varepsilon_x$  = normaltöjning vid koordinaten  $z$

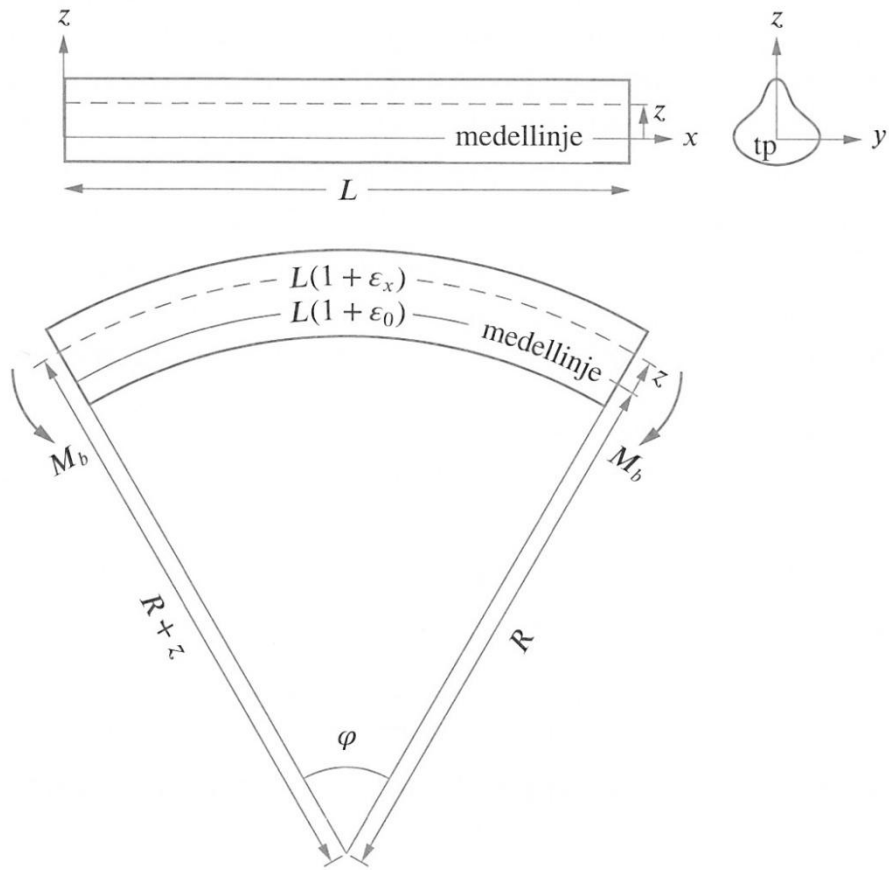
$R$  = balkens krökningsradie

$\varphi$  = centrumvinkel

Detta ger följande uttryck för längden av de båda cirkelbågarna i figur 2.3

$$L(1 + \varepsilon_0) = R\varphi \quad (6)$$

$$L(1 + \varepsilon_x) = (R + z)\varphi \quad (7)$$



Figur 2.3. Figuren visar en balk med ursprungslängden  $L$  utsatt för plan böjning med konstant böjmoment och avsaknad av tvär- och normalkrafter [1].

Om centrumvinkeln i (6) och (7) elimineras fås följande uttryck efter förenkling

$$\varepsilon_x = \varepsilon_0 + \frac{z}{R}(1 + \varepsilon_0) \quad (8)$$

Eftersom små deformationer antas så är  $\varepsilon_0 \ll 1$  vilket leder till det slutgiltiga uttrycket för normaltöjningen

$$\varepsilon_x = \varepsilon_0 + \frac{z}{R} \quad (9)$$

Om en linjär-elastisk materialmodell används ska Hookes lag  $\sigma_x = E\varepsilon_x$  gälla, vilket innebär att böjspänningen kan uttryckas som

$$\sigma_x = E\varepsilon_0 + E\frac{z}{R} \quad (10)$$

där  $E$  är materialets elasticitetsmodul.

Insättning av (10) i (3) och (5) leder till följande uttryck

$$N_x = N = \int_A \sigma_x dA = \int_A \left( E \varepsilon_0 + E \frac{z}{R} \right) dA = E \varepsilon_0 \int_A dA + \frac{E}{R} \int_A z dA \quad (11)$$

$$M_y = M_b = \int_A \sigma_x z dA = \int_A \left( E \varepsilon_0 + E \frac{z}{R} \right) z dA = E \varepsilon_0 \int_A z dA + \frac{E}{R} \int_A z^2 dA \quad (12)$$

I sambanden (11) och (12) finns tre olika integraler över tvärsnittsytan. Dessa integraler uttrycker geometriska egenskaper hos tvärsnittsytan och dessa är

$$A = \int_A dA \quad (13)$$

$$S_y = \int_A z dA \quad (14)$$

$$I_y = \int_A z^2 dA \quad (15)$$

där  $A$  är tvärsnittsarean,  $S_y$  är statiska momentet med avseende på y-axeln och  $I_y$  är yttröghetsmomentet med avseende på y-axeln. Från mekaniken är det känt att det statiska momentet med avseende på en axel genom en ytas tyngdpunkt är lika med noll, vilket innebär att  $S_y = 0$ . Med detta kan följande tas fram från (11) och (12)

$$\varepsilon_0 = \frac{N}{EA} \quad (16)$$

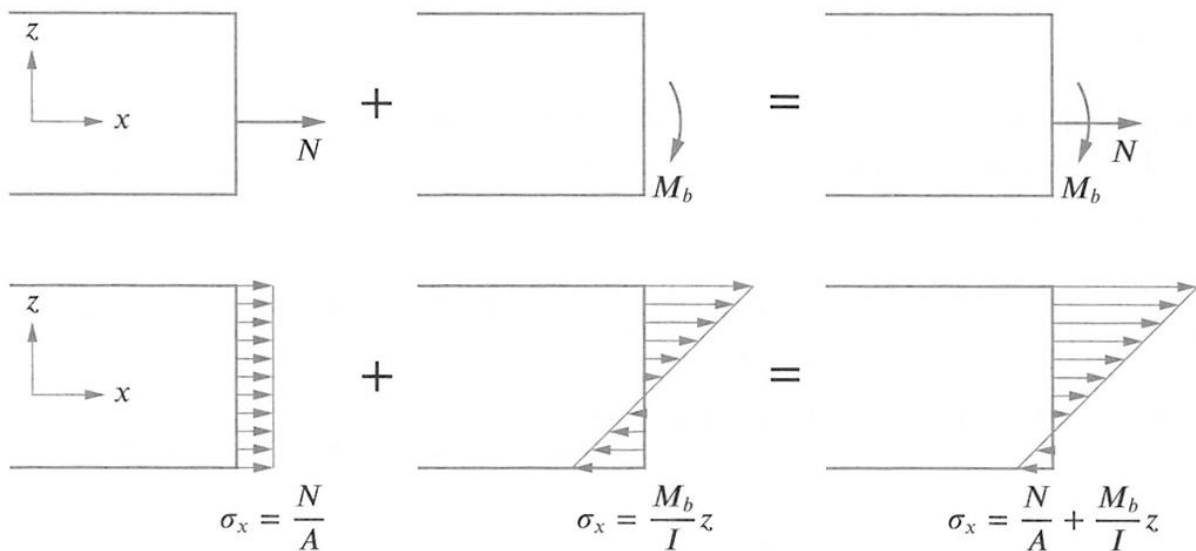
$$R = \frac{EI_y}{M_b} \quad (17)$$

Insättning i böjspänningsuttrycket (10) ger följande

$$\boxed{\sigma_x = \frac{N}{A} + \frac{M_b}{I_y} z} \quad (18)$$

och detta är det slutgiltiga uttrycket för böjspänningen som även illustreras i figur 2.4 nedan. Detta resultat används för att kunna beräkna spänningarna i fackverken när de optimeras.

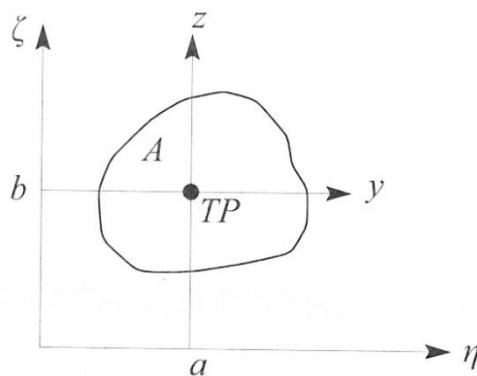




Figur 2.4. Superposition av spänningarna som normalkraften  $N$  och böjmomentet  $M_b$  ger upphov till [1].

### 2.1.2 Steiners sats

Om man för ett tvärsnitt har beräknat dess yttröghetsmoment genom tyngdpunkten och vill flytta det till  $\eta$   $\zeta$ -koordinatsystemet kan man göra det genom att använda Steiners sats enligt följande



Figur 2.5. Illustration av Steiners sats [2].

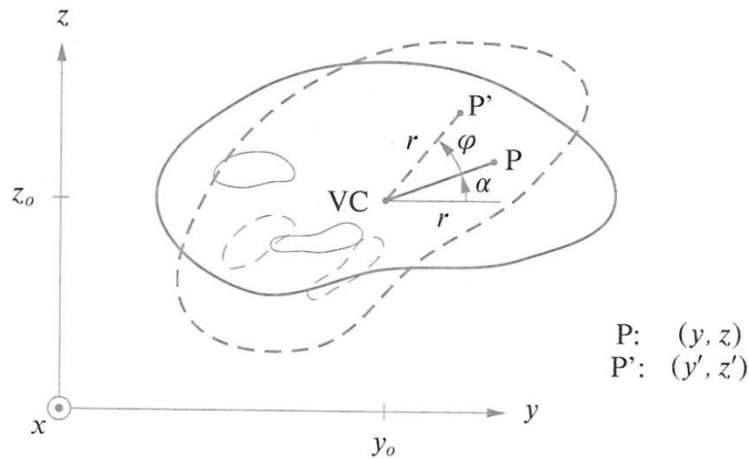
$$\begin{cases} I_\eta = I_y + b^2 A \\ I_\zeta = I_z + a^2 A \end{cases} \quad (19)$$

I bilaga B finns en tabell med vanligt förekommande geometrier och deras yttröghetsmoment.

## 2.2 Vridning

I detta avsnitt ska St. Venants metod för vridning av ett godtyckligt tvärsnitt gås igenom enligt *Ottosen et al* [3]. Resultaten i detta avsnitt används inte direkt i arbetet men eftersom vridning är ett lastfall vid optimeringen av tvärsnitten presenteras denna teori för att ge läsaren insikt i detta ämne.

Det första antagandet som görs är att tvärsnittet roterar som en stel kropp kring sitt vridcentrum. För ett linjär elastiskt material sammanfaller vrid- och skjuvcentrum med varandra. I figur 2.6 nedan visas ett godtyckligt tvärsnitt där vridcentrum har placerats i  $(y_0, z_0)$  och en partikel har positionen  $P$  före belastning och  $P'$  efter belastning. Enligt det första antagandet är avståndet mellan partikeln och vridcentrum givet av  $r$  både före och efter belastning. Detta medför rotation av tvärsnittet och denna kallas för  $\varphi = \varphi(x)$ .



Figur 2.6. Rotation av tvärsnitt kring vridcentrum [3].

För cirkulära tvärsnitt förekommer ingen välvning, det vill säga det förkommer ingen deformation i  $x$ -riktningen. Detta gäller dock inte för icke-cirkulära tvärsnitt. Därför kan välvningen tecknas enligt följande

$$u_x = u_x(y, z) = \text{välvning} \quad (20)$$

Om positionen av punkten  $P$  och  $P'$  tecknas och små töjningar antas, vilket innebär att  $\cos \varphi \approx 1$  och  $\sin \varphi \approx \varphi$  kan förskjutningskomponenterna  $u_y$  och  $u_z$  skrivas som

$$u_y = u_y(x, z) = -\varphi(x)(z - z_0) \quad (21)$$

$$u_z = u_z(x, y) = \varphi(x)(y - y_0) \quad (22)$$

Nu när förskjutningskomponenter är framtagna kan samtliga töjningar tas fram enligt

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u_x}{\partial x} = 0 \quad (23)$$

$$\varepsilon_{yy} = \frac{\partial u_y}{\partial y} = 0 \quad (24)$$

$$\varepsilon_{zz} = \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0 \quad (25)$$

$$\gamma_{yz} = \frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y} = 0 \quad (26)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} = \frac{\partial u_x}{\partial y} - \frac{d\varphi}{dx}(z - z_0) \quad (27)$$

$$\gamma_{xz} = \frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} = \frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{d\varphi}{dx}(y - y_0) \quad (28)$$

Om nu förvriddning per längdenhet definieras som  $\theta = \theta(x) = d\varphi/dx$  kan töjningarna skrivas som

$$\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{yy} = \varepsilon_{zz} = \gamma_{yz} = 0 \quad (29)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u_x}{\partial y} - \theta(z - z_0) \quad (30)$$

$$\gamma_{xz} = \frac{\partial u_x}{\partial z} + \theta(y - y_0) \quad (31)$$

När töjningarna har tagits fram och antagandet om ett isotrop linjärt elastiskt material har gjorts kan spänningarna bestämmas enligt

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \sigma_{zz} = \tau_{yz} = 0 \quad (32)$$

$$\tau_{xy} = G \left( \frac{\partial u_x}{\partial y} - \theta(z - z_0) \right) \quad (33)$$

$$\tau_{xz} = G \left( \frac{\partial u_x}{\partial z} + \theta(y - y_0) \right) \quad (34)$$

där  $G$  är materialets skjuvmodul. Jämviktsdifferentiallikvationerna ges av

$$\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + b_x = 0 \quad (35)$$

$$\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + b_y = 0 \quad (36)$$

$$\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + b_z = 0 \quad (37)$$

Insättning av spänningarna (32), (33), (34) och antagandet att inga kroppskrafter förekommer, det vill säga  $b_x = b_y = b_z = 0$  kan jämviktsdifferential ekvationerna skrivas som

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = 0 \quad (38)$$

$$\frac{d\theta}{dx}(z - z_0) = 0 \quad (39)$$

$$\frac{d\theta}{dx}(y - y_0) = 0 \quad (40)$$

Ekvationerna (39) och (40) kan enbart uppfyllas för godtyckliga  $y$  och  $z$  om  $d\theta/dx = 0$ . Detta medför följande

$$\theta = \text{konstant} = \frac{\varphi}{L} \quad (41)$$

Nu återstår bara en jämviktsdifferential ekvation att uppfylla. Detta görs genom att följa Prandtl's förslag att definiera en spänningsfunktion  $\Phi$  enligt

$$\boxed{\begin{aligned} \Phi &= \Phi(y, z) \\ \tau_{xy} &= \frac{\partial \Phi}{\partial z} \\ \tau_{xz} &= -\frac{\partial \Phi}{\partial y} \end{aligned}} \quad (42)$$

Det är triviale att dessa uttryck uppfyller den sista jämviktsdifferential ekvationen. Det enda som återstår är att bestämma  $\Phi$ -funktionen. Detta görs genom att differentiera funktionen enligt följande

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial z} = G \left( \frac{\partial^2 u_x}{\partial y \partial z} - \theta \right) \quad (43)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} = -\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial y} = -G \left( \frac{\partial^2 u_x}{\partial y \partial z} + \theta \right) \quad (44)$$

Addition av ekvationerna (43) och (44) leder till

$$\boxed{\frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = -2G\theta} \quad (45)$$

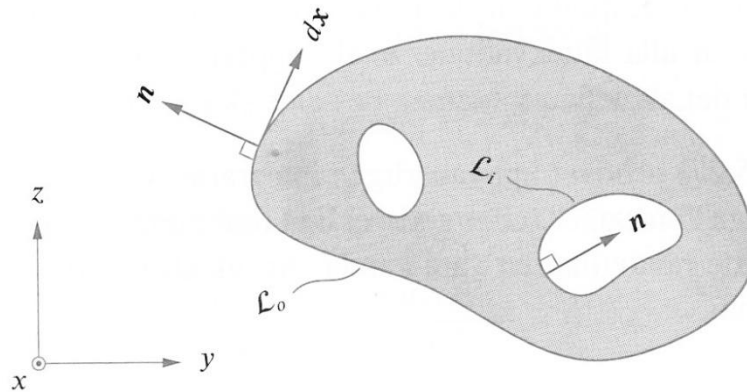
För att lösa ekvationen (45) måste den integreras. Detta leder till godtyckliga konstanter eller funktioner. Dessa bestäms med hjälp av randvillkor. Tvärsnittet har en yttre rand  $\mathcal{L}_0$  och inre ränder  $\mathcal{L}_i$  längs eventuella hål där  $i = 1, 2, \dots, p$  och  $p$  är antalet hål. Längs ränderna är

spänningsvektorn given av  $\mathbf{s} = \mathbf{S}\mathbf{n}$  där  $\mathbf{S}$  är spänningmatrisen och  $\mathbf{n}$  är den yttre enhetsvektorn längs ränderna, se figur 2.7. Eftersom ränderna är obelastade gäller således följande

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & 0 & 0 \\ \tau_{xz} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ n_y \\ n_z \end{bmatrix} \quad (46)$$

Detta ekvationssystem ger endast en intressant ekvation nämligen

$$\tau_{xy}n_y + \tau_{xz}n_z = 0 \quad (47)$$



Figur 2.7. Ränder och vektorer på tvärsnittet [3].

Koordinaternas förändring vid förflyttning längs ränderna ges av  $(d\mathbf{x})^T = [dx \ dy \ dz]$ .

Eftersom förflyttningen sker längs ränderna är  $dx = 0$  och vektor är tangentiell till randen, vilket innebär att

$$(d\mathbf{x})^T \mathbf{n} = [0 \ dy \ dz] \begin{bmatrix} 0 \\ n_y \\ n_z \end{bmatrix} = 0 \quad (48)$$

Detta ger

$$n_z dz = -n_y dy \quad (49)$$

Multiplikation av ekvationen (47) med  $dz$  och identifiering av termer enligt (49) ger följande

$$\tau_{xy}n_y dz + \tau_{xz}n_z dz = \tau_{xy}n_y dz - \tau_{xz}n_y dy = 0 \quad (50)$$

Denna ekvation ska gälla för godtyckliga  $n_y$  därför måste följande gälla

$$-\tau_{xz}dy + \tau_{xy}dz = 0 \quad (51)$$

Insättning av Prandtls förslag (42) i ekvation (51) ger

$$\frac{\partial \Phi}{\partial y} dy + \frac{\partial \Phi}{\partial z} dz = 0 \quad (52)$$

och om kedjeregeln tillämpas på  $\Phi$  ger det

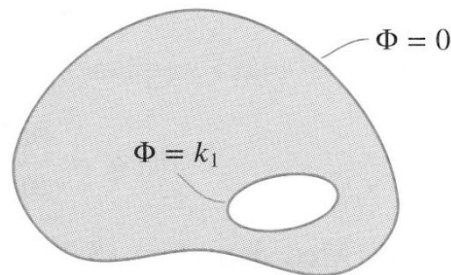
$$d\Phi = \frac{\partial\Phi}{\partial y} dy + \frac{\partial\Phi}{\partial z} dz \quad (53)$$

Jämförelse mellan (52) och (53) ger att  $d\Phi = 0$  längs varje rand. Vilket innebär att  $\Phi$  är konstant längs varje rand, det vill säga

$$\Phi = \begin{cases} k_0 & \text{längs den yttre randen} \\ k_1, k_2, \dots, k_p & \text{längs möjliga inre ränder} \end{cases} \quad (54)$$

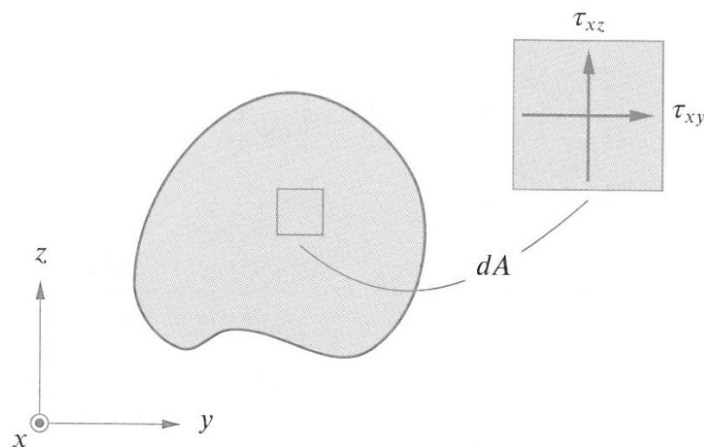
där  $k_0, k_1, \dots, k_p$  är godtyckliga konstanter. Det går att visa om ett visst  $\Phi$  uppfyller den inringade differentialekvationen ovan så uppfyller även  $\Phi +$  godtycklig konstant ekvationen. Därför går det att välja en av konstanterna fritt, och för enkelhetens skull väljs  $k_0 = 0$  vilket visas i figur 2.8.

$\Phi = \begin{cases} 0 & \text{längs den yttre randen} \\ k_1, k_2, \dots, k_p & \text{längs möjliga inre ränder} \end{cases}$	(55)
---	------



Figur 2.8. Randvillkor [3].

Fram till nu har ändytorna inte beaktats. Med hjälp av dessa är det möjligt att få fram ett förhållande mellan vridmomentet och Prandtls spänningsfunktion. Eftersom skjivspänningskomponenterna inte ger upphov till några tvärkrafter vid ett rent vridningsproblem kan ett snitt göras enligt figur 2.9 nedan.



Figur 2.9. Snittbild av ett element [3].

Vridmomentet  $M_v$  definieras positivt moturs vilket innebär att följande momentjämvikt kan tecknas

$$M_v = \int_A y\tau_{xz}dA - \int_A z\tau_{xy}dA = \int_A (y\tau_{xz} - z\tau_{xy})dA \quad (56)$$

Insättning av Prandtls förslag (42) i ekvation (56) ger

$$M_v = - \int_A \left( y \frac{\partial \Phi}{\partial y} + z \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right) dA \quad (57)$$

Eftersom

$$\frac{\partial(y\Phi)}{\partial y} = \Phi + y \frac{\partial \Phi}{\partial y} \quad (58)$$

$$\frac{\partial(z\Phi)}{\partial z} = \Phi + z \frac{\partial \Phi}{\partial z} \quad (59)$$

kan vridmomentet skrivas som

$$M_v = 2 \int_A \Phi dA - \int_A \left( \frac{\partial(y\Phi)}{\partial y} + \frac{\partial(z\Phi)}{\partial z} \right) dA \quad (60)$$

Det går att visa att

$$\int_A \left( \frac{\partial(y\Phi)}{\partial y} + \frac{\partial(z\Phi)}{\partial z} \right) dA = -2 \sum_{i=1}^p k_i A_i \quad (61)$$

där  $A_i$  är arean för hål  $i$ . Insättning av (61) i (60) ger den slutgiltiga relationen mellan vridmomentet och spänningsfunktionen

$$\boxed{M_v = 2 \int_A \Phi dA + 2 \sum_{i=1}^p k_i A_i} \quad (62)$$

där summan tas bort om inga hål förekommer. Som en konsekvens av att ett linjär elastiskt material antogs är vridmomentet  $M_v$  proportionell mot den största skjuvspänningen  $|\tau|_{max}$  enligt följande relation

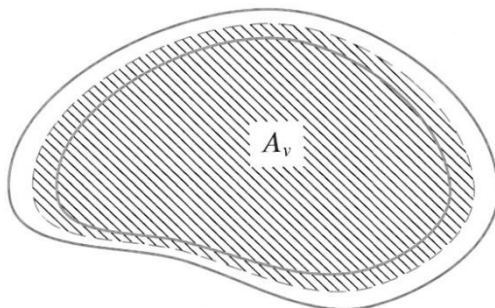
$$\boxed{|\tau|_{max} = \frac{|M_v|}{W_v}} \quad (63)$$

där  $W_v$  är tvärsnittets vridmotstånd. Vridmotståndet  $W_v$  finns tabulerat för vanliga tvärsnitt, se KTHs *Handbok och formelsamling i Hållfasthetslära* [2].

Om tunnväggiga tvärsnitt skall analyseras finns det framtagna förenklingar för att få fram vridmotståndet. För ett slutet tunnväggigt tvärsnitt kan Bredts formel [2] användas som säger

$$W_v = 2A_v h_{min} \quad (64)$$

där  $h_{min}$  är tvärsnittets minsta tjocklek och  $A_v$  arean innanför medellinjen, se figur 2.10.

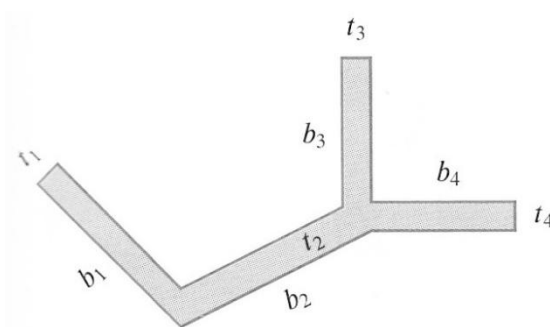


Figur 2.10. Arean innanför medellinjen [3].

För ett öppet tvärsnitt som består av  $n$  stycken strimlor kan vridmotståndet beräknas enligt

$$W_v = \frac{1}{3t_{i,max}} \sum_{i=1}^n t_i^3 b_i \quad (65)$$

där  $t_{i,max}$  är största tjockleken i tvärsnittet, se figur 2.11.



Figur 2.11. Öppet tvärsnitt [3].



## 2.3 Strukturoptimering

Eftersom en stor del av arbetet går ut på att optimera design tas detta ämne upp. Teorin kommer från *Christensen och Klarbring* [4] och *ANSYS manualer* [5] och [6].

Med strukturoptimering menas att få en konstruktion att klara av laster på bästa sätt, ”bästa” kan innebära

- att strukturen ska väga så lite som möjligt
- att strukturen ska vara så styv som möjligt
- att strukturen ska vara okänslig mot knäckning

Detta kan så klart inte göras utan att ha några villkor på strukturen som begränsar optimeringen. Annars hade till exempel vikten kunnat öka till det oändliga om en så styv struktur som möjligt eftersträvas.

### 2.3.1 Matematisk formulering

För att kunna lösa ett strukturoptimeringsproblem matematiskt definieras följande funktioner och variabler

- en målfunktion  $f(x, y)$  som anger hur bra en möjlig design är genom att till exempel mäta vikt, förskjutning eller spänningar. Oftast är ett litet värde på  $f$  bättre än ett stort vilket leder till ett minimiseringsproblem.
- en designvariabel  $x$  som beskriver designen och som kan ändras under optimeringen. Den kan representera geometrin eller val av material.
- en tillståndsvariabel  $y$  som för en given design representerar responsen på strukturen. Med respons menas till exempel förskjutning, spänning, töjning eller kraft.

Med ovanstående funktioner och variabler kan ett generellt strukturoptimeringsproblem skrivas enligt

$$(\mathbf{SO}) \left\{ \begin{array}{l} \text{minimera } f(x, y) \text{ med avseende på } x \text{ och } y \\ \text{föru} \text{tsatt } \left\{ \begin{array}{l} \text{beteendebegränsning på } y \\ \text{designbegränsning på } x \\ \text{jämviktsbegränsning} \end{array} \right. \end{array} \right. \quad (66)$$

Självklart kan problem uppstå med flera målfunktioner så kallade multikriterieoptimering

$$\min(f_1(x, y), f_2(x, y), \dots, f_n(x, y)) \quad (67)$$

där  $n$  är antalet målfunktioner och begränsningarna är samma som för  $(\mathbf{SO})$ . Detta är inte ett standardoptimeringsproblem eftersom målfunktionerna generellt sett inte blir minimerade för samma  $x$  och  $y$ . Därför brukar en Paretooptimalitet eftersträvas vilket är den design som

tillfredställer alla målfunktioner bäst. Alltså är  $(x^*, y^*)$  Paretooptimal om där inte finns några andra  $(x, y)$  som uppfyller begränsningarna så att

$$f_i(x, y) \leq f_i(x^*, y^*), \quad \text{för alla } i = 1, \dots, n \quad (68)$$

$$f_i(x, y) < f_i(x^*, y^*), \quad \text{för åtminstone ett } i \in \{1, \dots, n\} \quad (69)$$

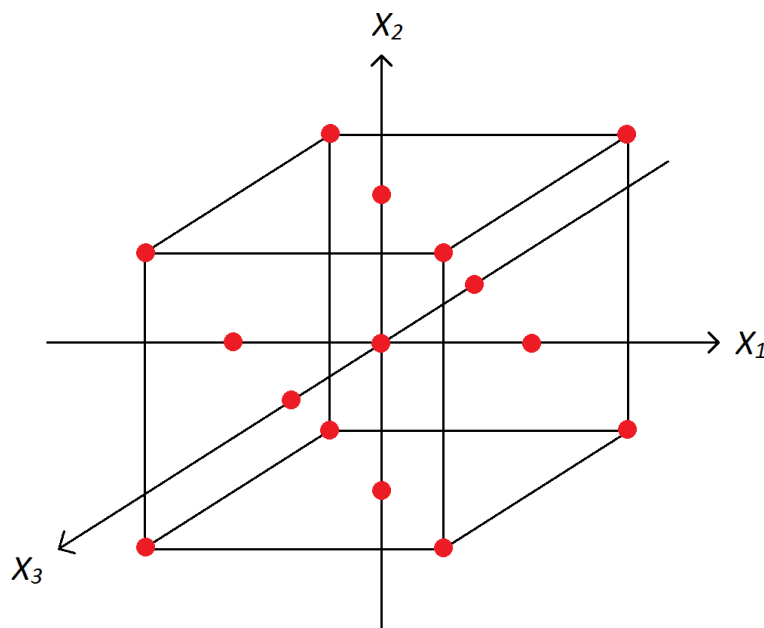
För att åstadkomma detta brukar oftast en skalär målfunktion tecknas som

$$f(x, y) = \sum_{i=1}^n w_i f_i(x, y) \quad (70)$$

Där  $w_i \geq 0$  är så kallade vikt faktorer som uppfyller  $\sum_{i=1}^n w_i = 1$ . Värt att notera är att genom variation av viktningarna fås olika Paretooptimum.

### 2.3.2 Sannolikhetsmässig optimering

Ett annat sätt att optimera sin struktur på är genom att göra experiment med olika värden på designvariablerna för att lära sig så mycket om sitt system som möjligt. När tillräckligt många mätningar har gjorts kan responsytor skapas genom alla mätpunkter som talar om hur designvariablerna sannolikt beror på varandra. För att få tillräckligt med information om systemet med så få experiment som möjligt måste mätpunkterna väljas på ett smart sätt. Detta görs genom en "Design of Experiment" även kallad DoE som är en teknik för att avgöra var de intressanta mätpunkterna finns. Det finns många olika DoE:s och en vanligt förekommande är "Central Composite Design" en så kallad CCD. En CCD bygger på att alltid välja mitt- och extremvärden inom designvariablernas gränser, detta illustreras för tre variabler  $(x_1, x_2, x_3)$  i figur 2.12 nedan.



Figur 2.12. Distribution av mätpunkter enligt CCD för tre designvariabler.

Generellt sett för CCD blir då antalet mätpunkter för  $n$  stycken designvariabler  $2^n + 2n + 1$ .  $2^n$  representerar varje hörnpunkt,  $2n$  varje sida och 1 mittpunkten. Som man kan se blir detta väldigt många mätpunkter om  $n$  är stort. Därför brukar denna modell reduceras till  $2^{n-f} + 2n + 1$ , där  $f$  är en reduktionsfaktor. För kommersiella program som till exempel ANSYS Workbench väljs antalet mätpunkter enligt tabell 2.1.

Tabell 2.1. Antal mätpunkter för CCD i ANSYS Workbench [6].

Antal design-variabler $n$	Reduktions-faktorn $f$	Antal mätpunkter med reduktion	Antal mätpunkter utan reduktion
1	0	5	5
2	0	9	9
3	0	15	15
4	0	25	25
5	1	27	43
6	1	45	77
7	1	79	143
8	2	81	273
9	2	147	531
10	3	149	1045
11	4	151	2071
12	4	281	4121
13	5	283	8219
14	6	285	16413
15	7	287	32799
16	8	289	65569
17	9	291	131107
18	9	549	262181
19	10	551	524327
20	11	553	1048617

När alla mätningar har gjorts kan responsytor skapas som beskriver en sannolik relation mellan variablerna. Tre olika algoritmer som har använts i arbetet för att skapa dessa responsytor med är ”Full 2nd-order Polynomials”, ”Kriging” och ”Non-Parametric Regression”, dessa beskrivs kortfattat nedan.

- Full 2nd-order Polynomials: För alla mätpunkter finns det både inparametrar (designvariabler) och utparametrar (tillståndsvariabler). Denna modell skapar ett globalt förhållande mellan dessa med hjälp av andragsgradspolynom. I exemplet nedan illustrerar hur denna metod fungerar för en inparameter och en utparameter.
- Kriging: Detta är en modell som ger en förbättrad responskvalitet än Full 2nd-order Polynomials eftersom den går genom mätpunkterna och passar högre ordningens

variationer av utparametrarna. Kriging är en noggrann multidimensionell interpolerande modell som tar upp både globala och lokala variationer i designrymden.

- Non-Parametric Regression: Denna modell är avsedd för system med väldigt olinjära förhållanden mellan in- och utparametrarna. Alltså är denna modell inte lämplig om lägre ordningens polynom dominerar parameterförhållandena.

För att få ett grepp om hur responsytor fungerar följer ett exempel från *Blom et al* [7] nedan som visar en Full 2nd-order Polynomials för en in- och utparameter.

För de tjugo mätpunkterna i tabell 2.2 ska en andragsgradsanpassning göras som beskriver sambandet mellan inparametern  $x$  och utparametern  $y$ .

Tabell 2.2. Mätpunkter.

$x$	$y$	$x$	$y$	$x$	$y$	$x$	$y$
0,14	83	0,02	30	0,29	139	0,05	98
0,08	65	0,03	30	0,04	88	0,13	101
0,07	71	0,22	128	0,13	121	0,06	96
0,26	140	0,06	80	0,14	125	0,05	73
0,08	135	0,23	168	0,07	56	0,08	116

Mätpunkterna ska anpassas efter följande polynom

$$\hat{y}_i = \alpha_1 + \alpha_2 x_i + \alpha_3 x_i^2$$

För att skatta de okända parametrarna  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  och  $\alpha_3$  skapas följande funktion

$$Q(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) = \sum_{i=1}^{20} (y_i - \hat{y}_i)^2 = \sum_{i=1}^{20} (y_i - \alpha_1 - \alpha_2 x_i - \alpha_3 x_i^2)^2$$

De värden på  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  och  $\alpha_3$  som gör att  $Q(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$  antar sitt minsta värde är de som används i polynomanpassningen. Därför deriveras med avseende på de okända parametrarna och sätts att vara lika med noll. Detta ger följande ekvationssystem

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q}{\partial \alpha_1} &= -2 \left( \sum_{i=1}^{20} y_i - 20\alpha_1 - \alpha_2 \sum_{i=1}^{20} x_i - \alpha_3 \sum_{i=1}^{20} x_i^2 \right) = 0 \\ \frac{\partial Q}{\partial \alpha_2} &= -2 \left( \sum_{i=1}^{20} x_i y_i - \alpha_1 \sum_{i=1}^{20} x_i - \alpha_2 \sum_{i=1}^{20} x_i^2 - \alpha_3 \sum_{i=1}^{20} x_i^3 \right) = 0 \\ \frac{\partial Q}{\partial \alpha_3} &= -2 \left( \sum_{i=1}^{20} x_i^2 y_i - \alpha_1 \sum_{i=1}^{20} x_i^2 - \alpha_2 \sum_{i=1}^{20} x_i^3 - \alpha_3 \sum_{i=1}^{20} x_i^4 \right) = 0 \end{aligned}$$

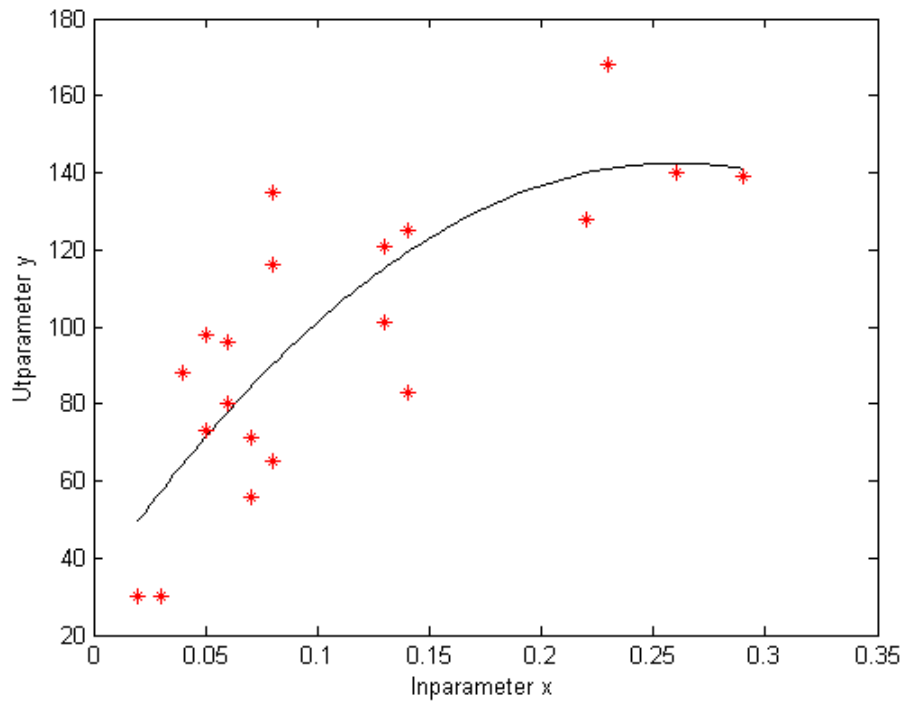
Löses detta ekvationssystem fås följande värden på de okända parametrarna

$$\alpha_1 = 33,5; \quad \alpha_2 = 839,3; \quad \alpha_3 = -1615,2$$

Detta innebär att sambandet mellan  $x$  och  $y$  ser ut på följande sätt för en Full 2nd-order Polynomials

$$y = 33,5 + 839,3x - 1615,2x^2$$

Mätpunkterna och det framtagna sambandet visas i figur 2.13 nedan.



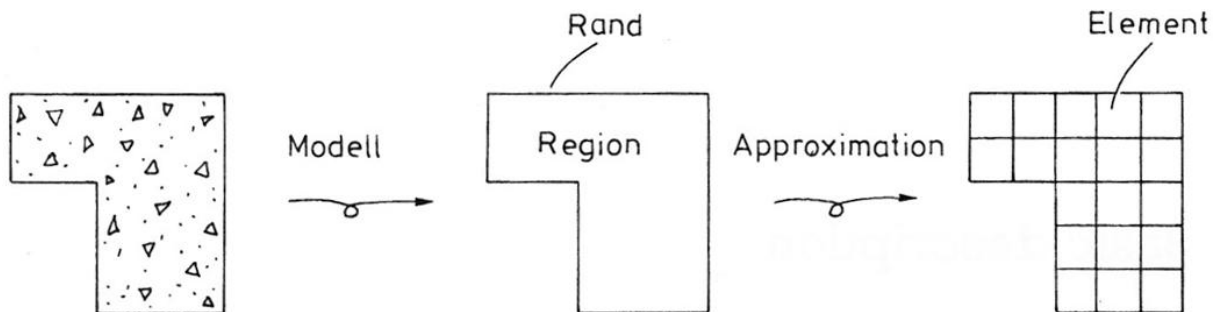
Figur 2.13. Plot över mätpunkterna (stjärnor) och sambandet (linje).

När responsytorna är framtagna väljs den design som uppfyller Paretooptimalitet, där responsytorna motsvarar målfunktioner. Det är på detta vis optimeringarna har utförts i arbetet.

## 2.4 Finita elementmetoden

Ett viktigt verktyg som använts vid analyserna av fackverken är finita elementmetoden och därför tas denna teori upp nedan enligt *Ottosen och Petersson* [8].

Många fysikaliska fenomen kan beskrivas med hjälp av differentialekvationer som ofta är svåra att lösa analytiskt. Därför har finita elementmetoden (FEM) kommit till som är ett numeriskt tillvägagångssätt att lösa generella differentialekvationer på ett approximativt sätt. Det som karakteriserar FEM är att istället för direkt approximation över hela kroppen delas denna in i mindre delar, så kallade finita element, där approximationen görs över varje del. Även om en variabel varierar olinjärt över kroppen så kan det ändå vara en god approximation att anta att variabeln varierar linjärt över varje element, men approximationen kan variera från fall till fall. Samlingen av alla element kallas för finita element meshet, se figur 2.14.



Figur 2.14. Sammanfattning av finita elementmetoden [8].

För att ta fram FEM formuleringen för en differentialekvation som även är kallad den starka formen måste denna skrivas om till sin så kallade svaga form. Detta görs genom att multiplicera ekvationen med en godtycklig viktfunktion och sedan integrera över kroppen. För att visa på proceduren för detta kommer den svaga formen för tredimensionell elasticitet att tas fram. Den starka formen för tredimensionell elasticitet ser ut på följande sätt

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z} + b_x &= 0 \\
 \frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial z} + b_y &= 0 \\
 \frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + b_z &= 0
 \end{aligned} \tag{71}$$

där  $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$  är spänningskomponenter och  $b_i$  är kroppskrafter. På kroppen verkar en ytspänningsvektor som måste uppfylla följande randvillkor

$$\begin{aligned}
t_x &= \sigma_{xx}n_x + \sigma_{xy}n_y + \sigma_{xz}n_z \\
t_y &= \sigma_{yx}n_x + \sigma_{yy}n_y + \sigma_{yz}n_z \\
t_z &= \sigma_{zx}n_x + \sigma_{zy}n_y + \sigma_{zz}n_z
\end{aligned} \tag{72}$$

där ytspänningsvektorn definieras som  $\mathbf{t}^T = [t_x \quad t_y \quad t_z]$  och normalvektorn som  $\mathbf{n}^T = [n_x \quad n_y \quad n_z]$ . För att ta fram den svaga formen ska differentialekvationerna (71) multipliceras med godtyckliga viktfunktioner  $v_i$  och integreras över kroppen enligt följande

$$\begin{aligned}
\int_V v_x \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} dV + \int_V v_x \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} dV + \int_V v_x \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z} dV + \int_V v_x b_x dV &= 0 \\
\int_V v_y \frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial x} dV + \int_V v_y \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} dV + \int_V v_y \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial z} dV + \int_V v_y b_y dV &= 0 \\
\int_V v_z \frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial x} dV + \int_V v_z \frac{\partial \sigma_{zy}}{\partial y} dV + \int_V v_z \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} dV + \int_V v_z b_z dV &= 0
\end{aligned} \tag{73}$$

För att kunna fortsätta med dessa ekvationer måste Green-Gauss sats användas som säger

$$\begin{aligned}
\int_V \varphi \frac{\partial \gamma}{\partial x} dV &= \int_S \varphi \gamma n_x dS - \int_V \frac{\partial \varphi}{\partial x} \gamma dV \\
\int_V \varphi \frac{\partial \gamma}{\partial y} dV &= \int_S \varphi \gamma n_y dS - \int_V \frac{\partial \varphi}{\partial y} \gamma dV \\
\int_V \varphi \frac{\partial \gamma}{\partial z} dV &= \int_S \varphi \gamma n_z dS - \int_V \frac{\partial \varphi}{\partial z} \gamma dV
\end{aligned} \tag{74}$$

Med användning av Green-Gauss sats och randvillkoren (72) kan ekvationerna (73) skrivas som

$$\begin{aligned}
\int_S v_x t_x dS - \int_V \left( \frac{\partial v_x}{\partial x} \sigma_{xx} + \frac{\partial v_x}{\partial y} \sigma_{xy} + \frac{\partial v_x}{\partial z} \sigma_{xz} \right) dV + \int_V v_x b_x dV &= 0 \\
\int_S v_y t_y dS - \int_V \left( \frac{\partial v_y}{\partial x} \sigma_{yx} + \frac{\partial v_y}{\partial y} \sigma_{yy} + \frac{\partial v_y}{\partial z} \sigma_{yz} \right) dV + \int_V v_y b_y dV &= 0 \\
\int_S v_z t_z dS - \int_V \left( \frac{\partial v_z}{\partial x} \sigma_{zx} + \frac{\partial v_z}{\partial y} \sigma_{zy} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \sigma_{zz} \right) dV + \int_V v_z b_z dV &= 0
\end{aligned} \tag{75}$$

Addition av ekvationerna (75) och identifiering av vektorer ger den svaga formen enligt

$$\boxed{\int_V (\tilde{\mathbf{v}}\mathbf{v})^T \boldsymbol{\sigma} dV = \int_S \mathbf{v}^T \mathbf{t} dS + \int_V \mathbf{v}^T \mathbf{b} dV} \quad (76)$$

där vektorerna definieras som

$$(\tilde{\mathbf{v}}\mathbf{v})^T = \left[ \frac{\partial v_x}{\partial x} \quad \frac{\partial v_y}{\partial y} \quad \frac{\partial v_z}{\partial z} \quad \frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} \quad \frac{\partial v_x}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial x} \quad \frac{\partial v_y}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial y} \right];$$

$$\boldsymbol{\sigma}^T = [\sigma_{xx} \quad \sigma_{yy} \quad \sigma_{zz} \quad \sigma_{xy} \quad \sigma_{xz} \quad \sigma_{yz}];$$

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix}; \quad \mathbf{t} = \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{bmatrix}; \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{bmatrix}$$

Detta är den svaga formen för tredimensionell elasticitet och den gäller för alla konstitutiva relationer. För att gå vidare med FEM formuleringen måste en approximation för förskjutningarna göras. Därför görs följande approximation

$$\mathbf{u} = \mathbf{N}\mathbf{a} \quad (77)$$

där  $\mathbf{u}$  är förskjutningsvektorn,  $\mathbf{a}$  en vektor med alla nodförskjutningar och  $\mathbf{N}$  den globala formfunktionsmatrisen som beskriver hur förskjutningarna varierar över elementen. För att få en enkel finita elementformulering brukar viktfunktionen  $\mathbf{v}$  väljas enligt Galerkin

$$\mathbf{v} = \mathbf{N}\mathbf{c} \quad (78)$$

och eftersom  $\mathbf{v}$  är godtycklig så är även vektorn  $\mathbf{c}$  godtycklig. Den svaga formen innehåller inte bara  $\mathbf{v}$  utan även  $\tilde{\mathbf{v}}\mathbf{v}$  och med insättning av Galerkins val får  $\tilde{\mathbf{v}}\mathbf{v}$  följande utseende

$$\tilde{\mathbf{v}}\mathbf{v} = \tilde{\mathbf{v}}(\mathbf{N}\mathbf{c}) = (\tilde{\mathbf{v}}\mathbf{N})\mathbf{c} = \mathbf{B}\mathbf{c} \quad (79)$$

Insättning av (79) i den svaga formen (76) fås

$$\mathbf{c}^T \left( \int_V \mathbf{B}^T \boldsymbol{\sigma} dV - \int_S \mathbf{N}^T \mathbf{t} dS - \int_V \mathbf{N}^T \mathbf{b} dV \right) = 0 \quad (80)$$

och eftersom  $\mathbf{c}$  är godtycklig måste följande gälla

$$\int_V \mathbf{B}^T \boldsymbol{\sigma} dV = \int_S \mathbf{N}^T \mathbf{t} dS + \int_V \mathbf{N}^T \mathbf{b} dV \quad (81)$$

Det enda som återstår för att få fram den slutgiltiga FEM formuleringen är att välja en konstitutiv materialmodell. Det antas att materialet uppför sig termoelastiskt eftersom HAKIs ANSYS-licens endast stödjer detta. Därför väljs modellen enligt följande



$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D}\boldsymbol{\varepsilon} - \mathbf{D}\boldsymbol{\varepsilon}_0 \quad (82)$$

där  $\mathbf{D}$  är en konstitutiv matris,  $\boldsymbol{\varepsilon}_0$  en vektor med termiska töjningar och  $\boldsymbol{\varepsilon}$  en vektor med totala töjningar. Utnyttjande av det kinematiska sambandet  $\boldsymbol{\varepsilon} = \tilde{\mathbf{v}}\mathbf{u} = \mathbf{B}\mathbf{a}$  kan den konstitutiva modellen (82) skrivas som

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D}\mathbf{B}\mathbf{a} - \mathbf{D}\boldsymbol{\varepsilon}_0 \quad (83)$$

Insättning av (83) i (81) ger följande FEM formulering

$$\left( \int_V \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} dV \right) \mathbf{a} = \int_S \mathbf{N}^T \mathbf{t} dS + \int_V \mathbf{N}^T \mathbf{b} dV + \int_V \mathbf{B}^T \mathbf{D} \boldsymbol{\varepsilon}_0 dV \quad (84)$$

Detta kan skrivas på ett kompaktare sätt om följande matriser och vektorer definieras

$$\mathbf{K} = \int_V \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} dV = \text{Styvhetsmatrisen} \quad (85)$$

$$\mathbf{f}_b = \int_S \mathbf{N}^T \mathbf{t} dS = \text{Randlastvektor} \quad (86)$$

$$\mathbf{f}_l = \int_V \mathbf{N}^T \mathbf{b} dV = \text{Kroppslastvektor} \quad (87)$$

$$\mathbf{f}_0 = \int_V \mathbf{B}^T \mathbf{D} \boldsymbol{\varepsilon}_0 dV = \text{Initiella lastvektorn} \quad (88)$$

Användning av ovanstående definitioner ger den enklare formen på formulering (84) enligt

$$\mathbf{K}\mathbf{a} = \mathbf{f}_b + \mathbf{f}_l + \mathbf{f}_0 \quad (89)$$

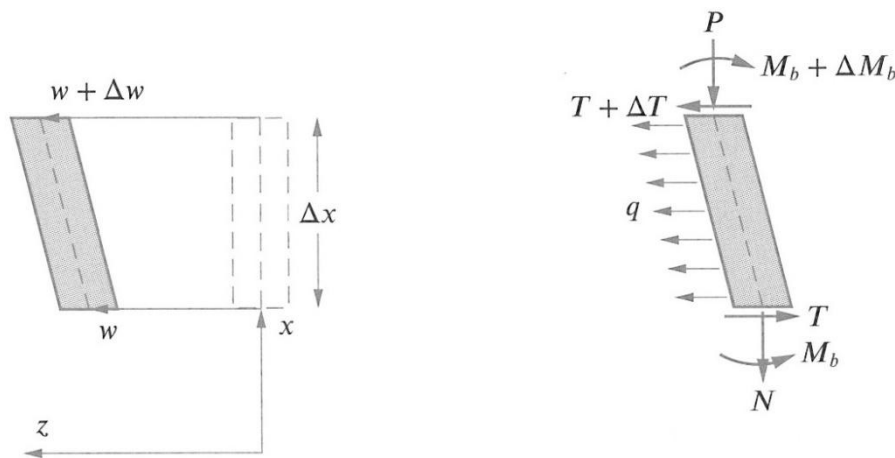
Om sedan lastvektorn  $\mathbf{f}$  definieras som  $\mathbf{f} = \mathbf{f}_b + \mathbf{f}_l + \mathbf{f}_0$  kan uttrycket (89) skrivas på standardformen

$$\mathbf{K}\mathbf{a} = \mathbf{f} \quad (90)$$

## 2.5 Knäckning

Knäckningsanalys är relevant för dimensionering av slanka kroppar som riskerar att utsättas för tryckbelastning, som till exempel balkar. Om tryckbelastningen överstiger ett kritiskt värde  $P_{cr}$  kommer små ökningar av belastning att medföra stora utböjningar av kroppen. Det är detta fenomen som kallas knäckning. Nedan följer härledningen av differentialekvationen som styr knäckningsfenomenet enligt *Ottosen et al* [9].

Eftersom det rör sig om stora deformationer ställs jämviktsekvationerna upp i det deformerade tillståndet. Därför studeras ett litet element av en balk med längden  $\Delta x$  som har en utböjning  $w(x)$  skild från noll, se figur 2.15.



Figur 2.15. Deformation av litet balkelement [9].

Uppställning av kraftjämvikter ger följande

$$(\uparrow): -N - P = 0 \Rightarrow N = -P \quad (91)$$

$$(\leftarrow): T + \Delta T + q\Delta x - T = 0 \Rightarrow \frac{\Delta T}{\Delta x} = -q \quad (92)$$

där  $N$  är normalkraft,  $P$  är tryckkraft,  $T$  är tvärkraft och  $q$  är utbredd tvärlast.

Nu återstår att ställa upp momentjämvikt kring elementets mittpunkt vilket medför att den utbredda lasten  $q$  inte ger något bidrag. Detta leder till följande momentjämvikt

$$\begin{aligned} (\curvearrowright): M_b + \Delta M_b - M_b - P \frac{1}{2} \Delta w - P \frac{1}{2} \Delta w - (T + \Delta T) \frac{1}{2} \Delta x - T \frac{1}{2} \Delta x &= 0 \\ \Rightarrow \frac{\Delta M_b}{\Delta x} - P \frac{\Delta w}{\Delta x} - T - \Delta T \frac{1}{2} &= 0 \end{aligned} \quad (93)$$

där  $M_b$  är ett böjande moment.

Om nu  $\Delta x \rightarrow 0$  och  $\Delta T \rightarrow 0$  erhålls följande differentialekvationer

$$\frac{dT}{dx} = -q \quad (94)$$

$$\frac{dM_b}{dx} = P \frac{dw}{dx} + T \quad (95)$$

För att bestämma medellinjens förskjutning  $w(x)$  av en balk på grund av ett böjande moment kan elastiska linjens ekvation enligt KTHs *Handbok och formelsamling i Hållfasthetslära* [2] användas som ser ut på följande sätt

$$EI \frac{d^2w}{dx^2} = -M_b \quad (96)$$

Med antagandet att  $EI$  är konstant, det vill säga att materialets elasticitetsmodul och tvärsnitt är konstant längs med kroppen, kan nu den slutgiltiga differentialekvationen ställas upp efter differentiering av elastiska linjens ekvation två gånger med avseende på  $x$ . Detta ger med användning av (94) och (95) följande ekvation

$$\boxed{EI \frac{d^4w}{dx^4} + P \frac{d^2w}{dx^2} = q} \quad (97)$$

För att få en mer praktisk användning av (97) kommer nu en allmän lösning att tas fram. Ekvationen integreras två gånger och får följande utseende efter division med  $EI$

$$\frac{d^2w}{dx^2} + \frac{P}{EI}w = \frac{1}{EI} \int \left( \int q dx \right) dx + \frac{a}{EI}x + \frac{b}{EI} = g(x) \quad (98)$$

där  $a$  och  $b$  är integrationskonstanter. Eftersom differentialekvationen är inhomogen krävs både en homogen lösning  $w_h$  och en partikulärlösning  $w_p$ . Den homogena lösningen blir enligt *TEFYMA* [10]

$$w_h = Af_1(x) + Bf_2(x) = A \sin\left(\sqrt{\frac{P}{EI}}x\right) + B \cos\left(\sqrt{\frac{P}{EI}}x\right) \quad (99)$$

där  $A$  och  $B$  är integrationskonstanter. Partikulärlösningen kan beräknas på följande sätt enligt *Polyanin och Manzhirov* [11]

$$w_p = f_2 \int f_1 \frac{g}{W} dx - f_1 \int f_2 \frac{g}{W} dx \quad (100)$$

där  $W$  är Wronskian determinanten som definieras av

$$W = \begin{vmatrix} f_1 & f_2 \\ f_1' & f_2' \end{vmatrix} = f_1 f_2' - f_2 f_1' \quad (101)$$

Insättning av kända funktioner i partikulärlösningen ger följande

$$w_p = \sqrt{\frac{EI}{P}} \left( \sin\left(\sqrt{\frac{P}{EI}}x\right) \int \cos\left(\sqrt{\frac{P}{EI}}x\right) \left(\frac{1}{EI} \int \left(\int q dx\right) dx + \frac{a}{EI}x + \frac{b}{EI}\right) dx - \cos\left(\sqrt{\frac{P}{EI}}x\right) \int \sin\left(\sqrt{\frac{P}{EI}}x\right) \left(\frac{1}{EI} \int \left(\int q dx\right) dx + \frac{a}{EI}x + \frac{b}{EI}\right) dx \right) \quad (102)$$

Det konstateras att detta uttryck ofta kräver numeriska beräkningar för att lösas. Men för vissa utseenden på  $q = q(x)$  finns det relativt enkla lösningar. Om  $q$  till exempel antas vara en konstant utbredd last, vilket är fallet i arbetet, går det att få fram en exakt lösning på  $w_p$ . Denna lösning blir då

$$w_p = \frac{q}{2P}x^2 + \frac{a}{P}x + \frac{b}{P} - \frac{EIq}{P^2} \quad (103)$$

Den totala förskjutningen  $w$  blir då summan av  $w_h$  (99) och  $w_p$  (103). Därmed får lösningen till differentialekvationen (97) med konstant utbredd last  $q$  följande utseende

$$w = A \sin\left(\sqrt{\frac{P}{EI}}x\right) + B \cos\left(\sqrt{\frac{P}{EI}}x\right) + \frac{q}{2P}x^2 + \frac{a}{P}x + \frac{b}{P} - \frac{EIq}{P^2} \quad (104)$$

där A, B, a och b är integrationskonstanter som måste bestämmas med hjälp av randvillkor. I praktiken används Eulers fem knäckningsfall där  $q$  sätts till noll, dessa presenteras i bilaga C.

### 2.5.1 Egenvärdesknäckning

Ofta är det inte bara balkar som behöver dimensioneras mot knäckning utan även mer komplexa system. Detta går att lösa med hjälp av en egenvärdesanalys av konstruktionen enligt *ANSYS manual* [12]. Egenvärdesproblemet ser ut på följande sätt

$$(\mathbf{K}_0 + \lambda_i \mathbf{K}_\sigma) \mathbf{n}_i = \mathbf{0} \quad (105)$$

där

$\mathbf{K}_0$  är den obelastade konstruktionens styvhetsmatris

$\mathbf{K}_\sigma$  är den belastade konstruktionens styvhetsmatris

$\lambda_i$  är det  $i$ :te egenvärdet (används som multiplikator på lasterna som genererade  $\mathbf{K}_\sigma$ )

$\mathbf{n}_i$  är den  $i$ :te egenvektorn

Den intressanta lösningen på (105) är den icke-triviala och den existerar endast om

$$\det(\mathbf{K}_0 + \lambda \mathbf{K}_\sigma) = 0 \quad (106)$$

Utvecklas determinanten fås den karakteristiska ekvationen

$$a_n \lambda^n + a_{n-1} \lambda^{n-1} + \dots + a_0 = 0 \quad (107)$$

där  $n$  är antalet frihetsgrader i systemet. Rötterna till den karakteristiska ekvationen är systemets egenvärden. Det minsta egenvärdet  $\lambda_i \neq 0$  är det egenvärde som ger den lägsta kritiska lasten  $P_{cr,i}$ . Med andra ord

$$P_{cr,i} = \lambda_i P \quad (108)$$

där  $P$  är den pålagda lasten som genererade  $\mathbf{K}_\sigma$ . På detta sätt arbetar ANSYS Workbench vid knäckningsanalyser.

## 3 Framtagning och utvärdering av balkprofiler

Då programvara för topologioptimering inte fanns tillgänglig på HAKI har framtagningen av balkprofilerna skett enligt *Ulrich & Eppinger* [13]. Detta tillvägagångssätt går i stort ut på att ta fram principskisser och utvärdera dessa.

Processen för detta är att först ta fram principskisser som sedan utvärderas i två steg. Det första utvärderingssteget kallas för *Concept Screening* och där jämförs alla tvärsnitt utifrån olika valkriterier. En av principskisserna sätts som referens som sedan de andra jämförs mot. De principskisser som visar sig vara bättre eller likvärdiga med referensen går vidare till nästa steg som är *Concept Scoring*. Detta steg utförs på liknande sätt som *Concept Screening* förutom att här viktas även valkriterierna för att ge en noggrannare gallring av principskisserna. De principskisser som går vidare från steg två kommer sedan att optimeras i avsnitt 4.

### 3.1 Principskisser

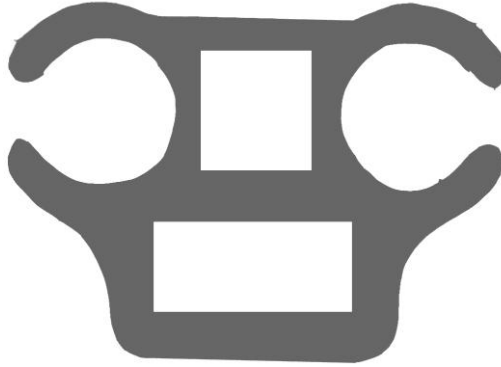
Profilerna som presenteras har tagits fram genom brainstorming och med inspiration från HAKIs befintliga profiler, se figur 3.1. Utgångspunkten för samtliga profiler är den befintliga dukskenan då utseendet och avståndet mellan spåren måste förbli oförändrade för att kunderna ska kunna använda sina gamla takdukar i den nya fackverksbalken.



Figur 3.1. HAKIs befintliga profiler, t.v. nyckelhålsprofil och t.h. dukskena.

### 3.1.1 Profil 1

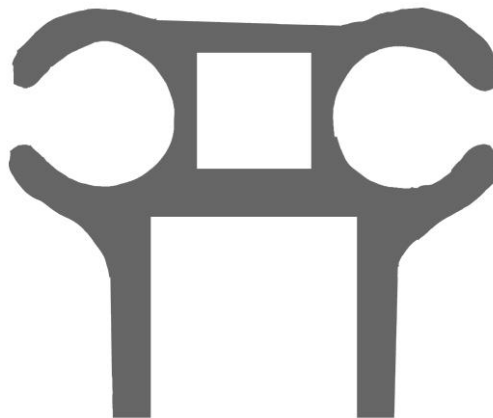
Denna profil är direkt inspirerad av den befintliga dukskenan. Tanken här är att återanvända det som redan har tagits fram sedan tidigare och samtidigt underlätta infasningen av den nya balken på marknaden då kunderna redan har förtroende för detta koncept.



*Figur 3.2. Principskiss av profil 1.*

### 3.1.2 Profil 2

Som för profil 1 bygger även denna på den befintliga profilen. Här är tanken att minska vikten med förhoppning att den i kombination med ett fackverk ska bli tillräckligt stark för att klara av längre spännvidder än HAKIs befintliga fackverksbalk.



*Figur 3.3. Principskiss av profil 2.*

### 3.1.3 Profil 3

Även denna är inspirerad av den befintliga profilen. Istället för skarpa kanter som kan ge upphov till spänningskoncentrationer används här en rundare form. Den runda formen borde ha bättre förmåga att sprida ut lasten över tvärsnittet.



*Figur 3.4. Principskiss av profil 3.*

### 3.1.4 Profil 4

Här har så mycket material som möjligt tagits bort från den befintliga profilen utan att ändra spårets utseende. Detta för att få en så lätt konstruktion som möjligt.



*Figur 3.5. Principskiss av profil 4.*



### 3.1.5 Profil 5

Här har material placerats symmetriskt kring profilens centrum för att öka böjstyvheten. Detta konceptet bygger på att öka yttröghetsmomentet genom att få ut material så långt ut från centrum som möjligt.



*Figur 3.6. Principskiss av profil 5.*

### 3.1.6 Profil 6

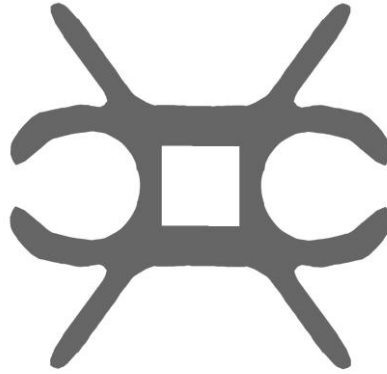
Som för profil 5 har även här material placerats symmetriskt kring centrum. Här har emellertid runda former använts för att kunna få ut mer material från centrum och minska risken för spänningskoncentrationer.



*Figur 3.7. Principskiss av profil 6.*

### 3.1.7 Profil 7

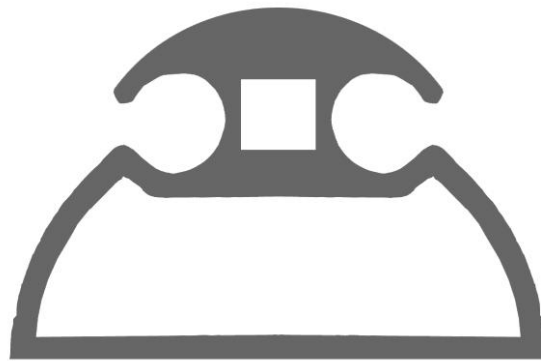
Med inspiration från naturen har denna spindelliknande profil tagits fram. Tanken är att om profilen skulle vridas kommer "benen" att motverka att spåret kläms ihop och därmed förhindra att duken förstörs, vilket annars hade kunnat leda till läckage och fuktskador.



*Figur 3.8. Principskiss av profil 7.*

### 3.1.8 Profil 8

Tanken med denna profil är att kombinera fördelarna med plana och runda ytor. Den plana undersidan är fördelaktig vid montering av fackverket, då man slipper fräsa ut avancerade former för att ytorna ska passa varandra.



*Figur 3.9. Principskiss av profil 8.*

### 3.1.9 Profil 9

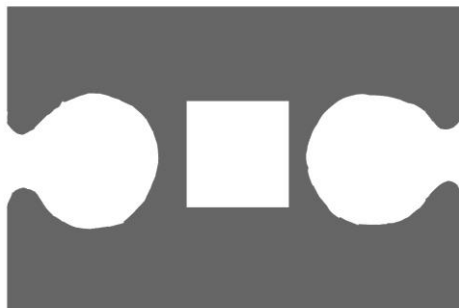
Denna profil bygger på HAKIs nyckelhålsprofil som är den undre balken i deras nuvarande fackverk. Detta är precis som för profil 1 något kunden känner igen vilket kan underlätta infasningen på marknaden. Även denna har en plan undersida som gör det lättare vid tillverkning av fackverksbalken.



*Figur 3.10. Principskiss av profil 9.*

### 3.1.10 Profil 10

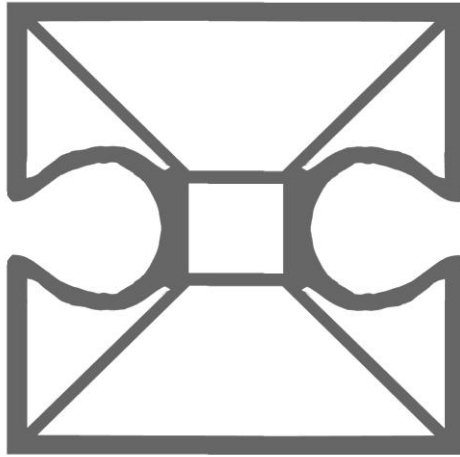
Detta är en rektangulär version av profil 4 vilket kan hjälpa till att skydda spåren vid till exempel transporter där de lätt kan skadas. Även godstjockleken har gjorts tjockare för att öka dess stabilitet.



*Figur 3.11. Principskiss av profil 10.*

### 3.1.11 Profil 11

Omarbetad version av profil 7 för att ge bättre vrid- och böjmotstånd då tvärsnittet blir mer slutet. Spåren för takdukarna blir skyddade eftersom de ligger inbäddade i profilen.



*Figur 3.12. Principskiss av profil 11.*

### 3.1.12 Profil 12

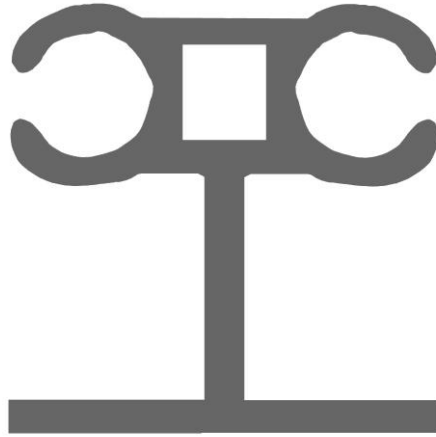
Denna form är inspirerad av en skalstock som är en linjal med flera måttskalor.



*Figur 3.13. Principskiss av profil 12.*

### 3.1.13 Profil 13

För att få en lätt men böjstark balk brukar man inom industrin använda sig av I-balkar. Här har en av flänsarna bytts ut mot ett spår för att kunna utnyttja I-balkens goda böjgenskaper.



*Figur 3.14. Principskiss av profil 13.*

### 3.1.14 Profil 14

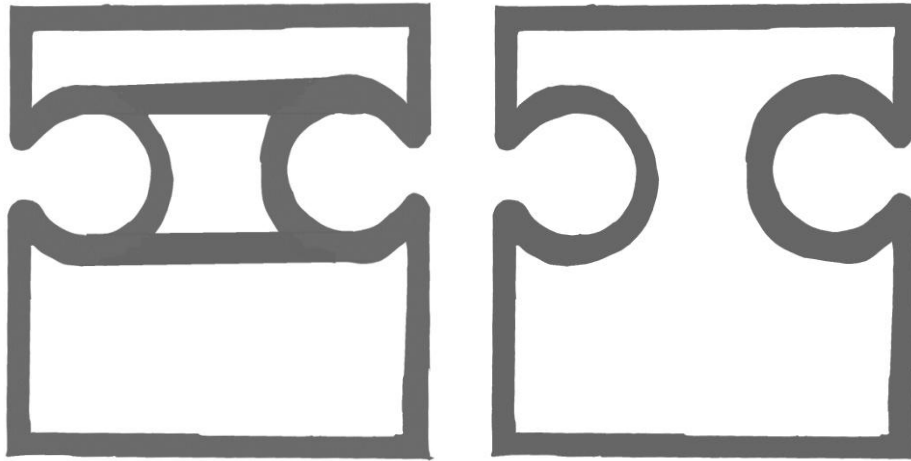
För att göra profil 13 vridstarkare har sneda stag lagts till i profil 14.



*Figur 3.15. Principskiss av profil 14.*

### 3.1.15 Profil 15

Denna profil finns i två varianter "Hole" och "No Hole". De bygger på en vanlig lådprofil där "Hole" har två horisontella stag för att öka stabiliteten. I "No Hole" har dessa stag tagits bort med förhoppning att stabiliteten inte ska förändras nämnvärt.



*Figur 3.16. Principskiss av profil 15 Hole (t.v.) och profil 15 No Hole (t.h.).*

## 3.2 Utvärdering av profiler

De framtagna principskisserna utvärderas för att avgöra vilka som ska gå vidare för optimering. Utvärderingen sker i två steg vilka är enligt *Ulrich & Eppinger* [13] Concept Screening och Concept Scoring. Båda stegen utgår från samma valkriterier och för varje steg utses ett av förslagen till referens som de andra förslagen jämförs mot.

### 3.2.1 Concept Screening

Detta är en grovgallring av profilerna där + står för ”bättre än”, 0 står för ”samma som” och – står för ”sämre än” referensen. Profil 1 har valts till referens och har därför tilldelats nollor på alla valkriterier. Valkriterierna har tagits fram med hjälp av *Sundström et al* [14] som ger allmänna riktlinjer för hur en konstruktion ska utformas. I tabell 3.1 följer Concept Screening för de framtagna profilerna. Inga beräkningar har genomförts för profilernas böj- och vridstyrka. Däremot har de med hjälp av böj- och vridteori uppskattats utifrån referensen.

Tabell 3.1. Concept Screening av profilerna.

Valkriterier	1 (ref)	2	3	4	5	6	7	8
Enkel i formen	0	0	0	+	-	-	-	-
Lätt att frakta	0	+	0	+	+	+	-	-
Böjstark	0	-	0	-	0	+	-	0
Vridstark	0	-	+	-	0	+	0	-
Säker användning	0	-	0	0	-	0	-	-
Logiskt uppbyggd	0	0	0	+	-	+	-	0
Lätt att tillverka	0	+	0	+	-	-	0	0
Lättmonterad	0	-	-	0	-	-	-	0
Summa	0	2-	0	2+	4-	1+	6-	4-
Vidare?	Ja	Nej	Ja	Ja	Nej	Ja	Nej	Nej
-----								
Valkriterier	9	10	11	12	13	14	15	
Enkel i formen	0	+	-	-	-	-	0	
Lätt att frakta	-	+	+	-	-	-	+	
Böjstark	+	-	+	-	+	+	+	
Vridstark	0	-	+	-	-	-	-	
Säker användning	0	0	0	-	-	-	0	
Logiskt uppbyggd	0	+	-	-	+	0	0	
Lätt att tillverka	+	+	-	+	+	-	+	
Lättmonterad	0	0	0	-	0	0	0	
Summa	1+	2+	0	6-	1-	4-	2+	
Vidare?	Ja	Ja	Ja	Nej	Nej	Nej	Ja	

Profilerna som är bättre eller likvärdiga med referensen, det vill säga profil 1, 3, 4, 6, 9, 10, 11 och 15, går vidare till nästa steg.

### 3.2.2 Concept Scoring

Som nämnts tidigare är Concept Scoring en noggrannare gallringsmetod än Concept Screening då alla valkriterier viktas beroende på hur viktiga de anses vara. I stället för + och – används här en betygsskala enligt följande:

Relativ prestanda	Betyg
Mycket sämre än referens	1
Sämre än referens	2
Samma som referens	3
Bättre än referens	4
Mycket bättre än referens	5

Profilens sammanlagda betyg beräknas sedan enligt  $\sum_{i=1}^n b_i v_i$  där  $n$  är antalet valkriterier,  $b_i$  valkriteriets betyg och  $v_i$  valkriteriets viktning. Dessa viktningar har tagits fram i samråd med HAKI och kan ses i andra kolumnen i tabell 3.2. Concept Scoringen för de kvarvarande profilerna från första gallringen kan ses i tabell 3.2. Profil 1 har även här valts till referens och har därför tilldelats treor på alla valkriterier. De övriga profilernas betyg relateras sedan till referensens utseende.

Tabell 3.2. Concept Scoring för de kvarvarande profilerna.

Valkriterier	Viktning	1 (ref)	3	4	6	9	10	11	15
Enkel i formen	10 %	3	3	4	2	3	4	1	3
Lätt att frakta	10 %	3	3	4	4	2	5	5	5
Böjstark	25 %	3	3	1	4	5	1	4	4
Vridstark	10 %	3	4	2	4	3	2	4	2
Säker användning	15 %	3	3	3	3	3	3	3	3
Logiskt uppbyggd	10 %	3	3	4	4	3	4	2	3
Lätt att tillverka	10 %	3	3	4	2	4	4	1	4
Lättmonterad	10 %	3	2	3	2	3	3	3	3
Summa	100 %	3	3	2,8	3,25	3,5	2,9	3,05	3,45
Vidare?	-	Ja	Ja	Nej	Ja	Ja	Nej	Ja	Ja

Av tabellen framgår att profil 1, 3, 6, 9, 11 och 15 med sina varianter ska vidare till nästa steg, vilket är optimering av tvärsnittet.

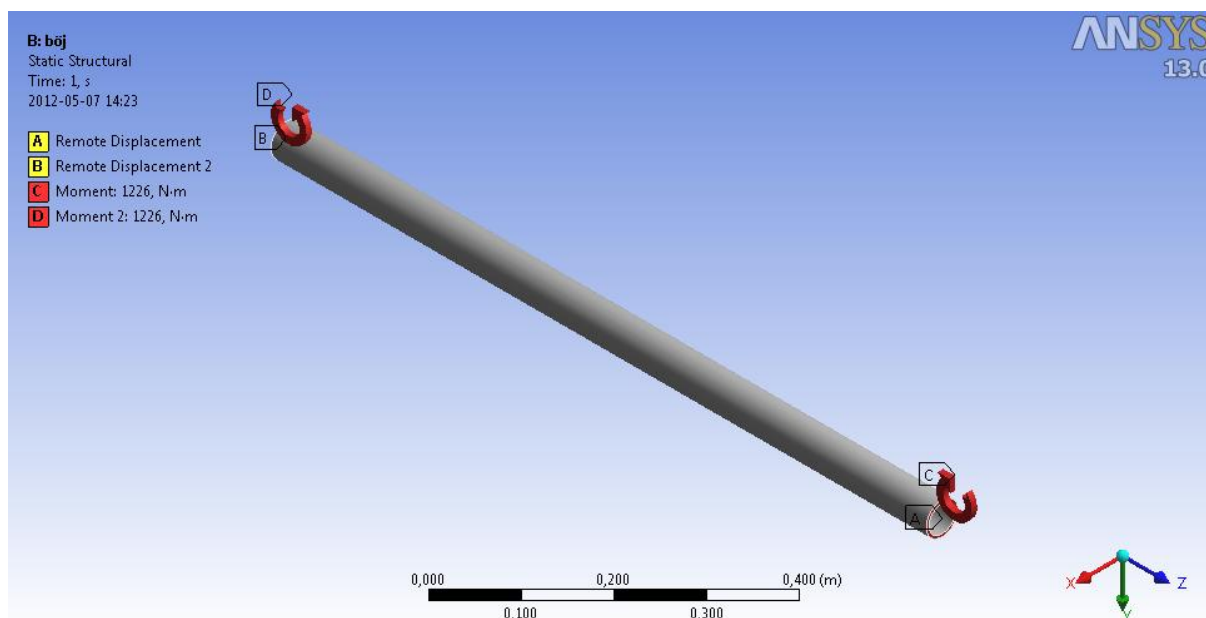


## 4 Optimering av tvärsnitten

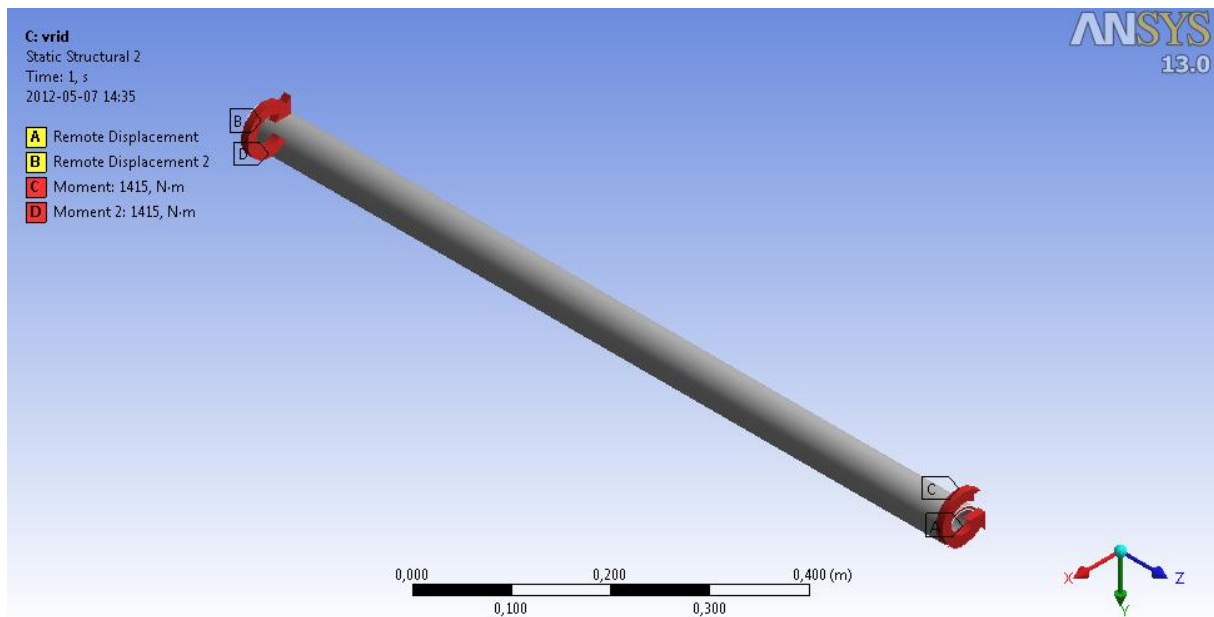
För att få tvärsnitten så bra som möjligt optimeras de utifrån givna kriterier från HAKI. Detta görs genom att rita in tvärsnitten i ANSYS Workbench och sedan parametrисera de dimensioner som tillåts variera inom ett bestämt intervall. I bilaga D visas tvärsnitten och de dimensioner som tillåts variera.

Optimeringen går ut på att göra tvärsnitten så böj- och vridstarka som möjligt utan att viktbegränsningen överskrider. Därför delas den in i två lastfall, ett för böj och ett för vrid. Hur varje lastfall är uppställda i ANSYS kan ses i figurerna 4.1 och 4.2. Dessa lastfall kommer att utvärderas för olika värden på de dimensioner som har parametrисerats för varje tvärsnitt. Värdena väljs av ANSYS genom att genomföra en DoE enligt CCD, som även avgör hur många gånger lastfallen ska lösas. Varje gång lastfallen beräknas med olika parametrar sparas böj- och vridspänningen samt massan som resultat. ANSYS skapar sedan relationer mellan parametrarna och resultaten med hjälp av responsytor som i sin tur används för att få fram de optimala värdena på parametrarna. Optimeringen utförs genom att minimera böj- och vridspänningarna utan att massan överskrider 4,6 kg/m.

Till sist väljer ANSYS värdena på parametrarna så att Paretooptimalitet uppfylls. Vilket innebär att ANSYS ser till att villkoren i ekvationerna (68) och (69) inte uppfylls för några andra värden på parametrarna. I bilaga D visas de optimala värdena på parametrarna för tre olika varianter av responsytor för varje tvärsnitt som gick vidare från Concept Scoring. De markerade värdena är valda för tvärsnitten som används vid optimering av fackverken i nästa del.



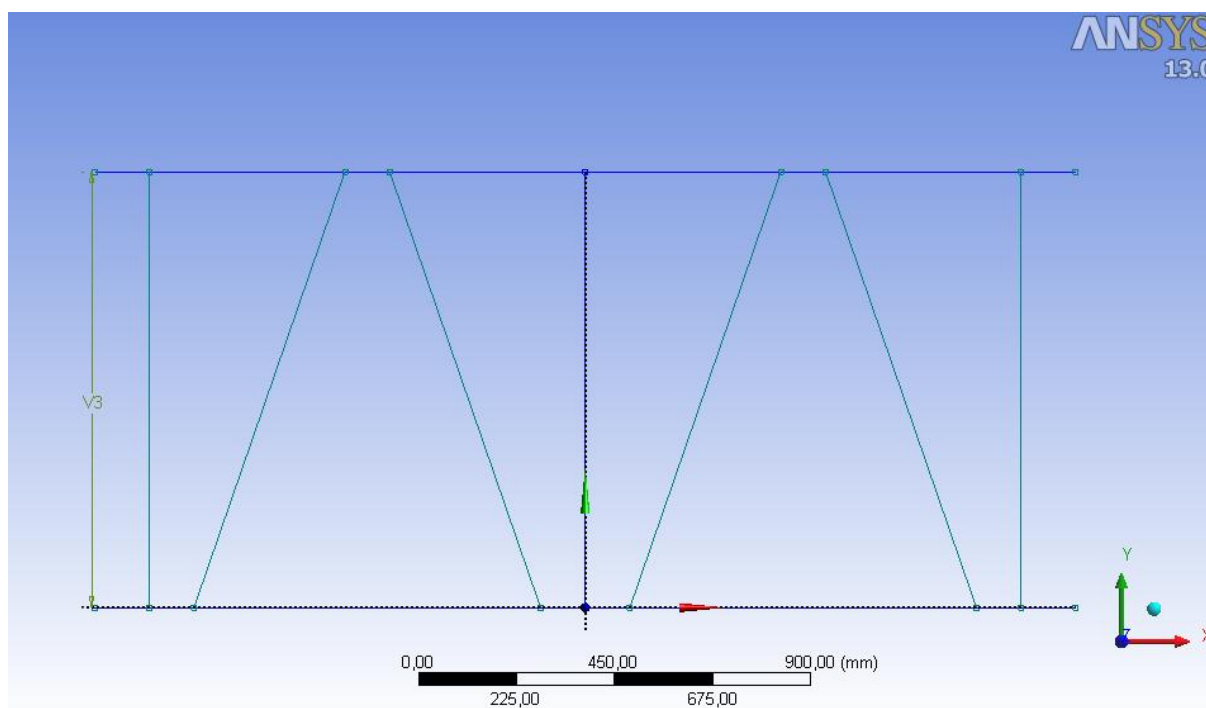
Figur 4.1. Randvillkor för böjlast. A och B är infästningar. A är fri att rotera kring x-axeln och är i övrigt fast inspänd. B är uppställd som A men är även fri att röra sig i z-led. C och D är de applicerade böjlasterna.



*Figur 4.2. Randvillkor för vridlast. A och B är infästningar. A är fri att rotera kring z-axeln och är i övrigt fast inspänd. B är uppställd som A men är även fri att röra sig i z-led. C och D är de applicerade vridlasterna.*

## 5 Optimering av fackverksbalkar

Efter att tvärsnitten optimerats är det nu dags att optimera själva fackverken. Dessa optimeras genom att först rita dem som linjemodeller i ANSYS Workbench, se figur 5.1. Därefter tilldelas varje linje sitt tvärsnitt som går genom dess tyngdpunkt. De horisontella linjerna tilldelas de framtagna profilerna och resterande linjer modularas som runda rör. På grund av begränsningen att fackverket får väga maximalt 30 kg visade det sig att en fackverksbalk kunde göras som längst 2250 mm, vilket är ett modulmått som används redan idag för HAKIs väderskydd. Om fackverksbalken skulle göras i nästa modulmått, 3250 mm, hade den övre och undre profilen vägt 30 kg tillsammans. Detta ledde till att enbart höjden på fackverket kunde parametreras. Under optimeringen kan höjdparametern V3, vilken kan ses i figur 5.1, mellan profilernas tyngdpunkter variera från 500 mm till 1200 mm. Detta intervall är valt efter uppskattning av fackverkens vikt för att ge ANSYS ett rimligt spelrum att hitta en optimal design på. Optimeringen utförs sedan genom att minimera spänningarna utan att massan överskrider 30 kg.



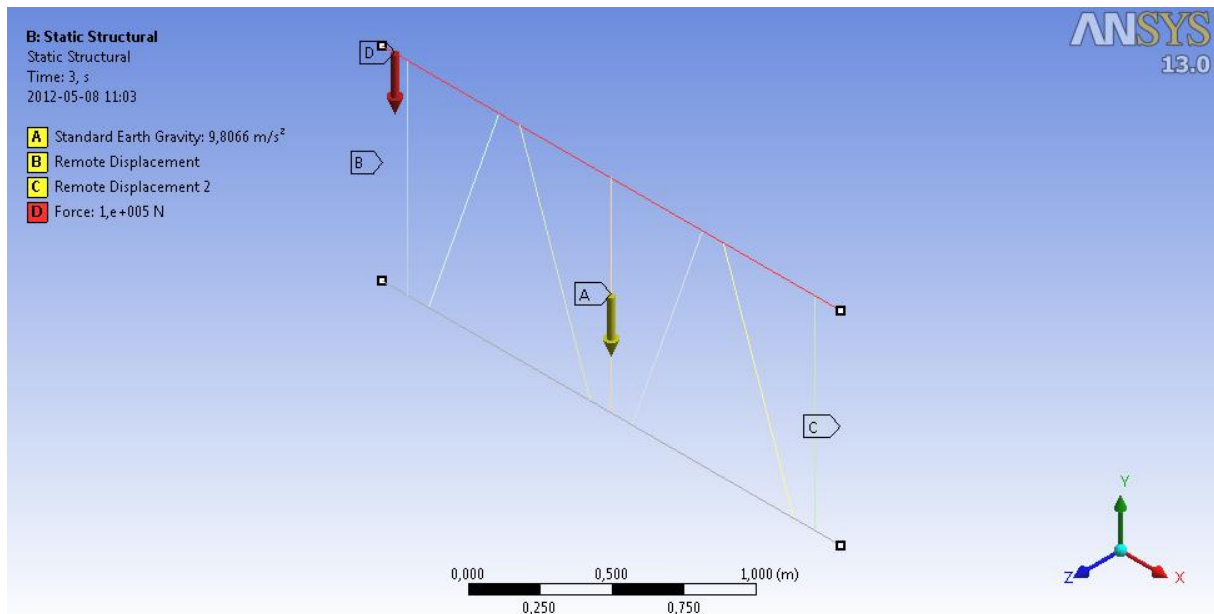
Figur 5.1. Generell linjemodell för fackverket med höjdparametern V3.

Fackverket antas belastas med en jämt utbredd last och påverkas av gravitationen. För att fixera modellen i rummet har randvillkor applicerats på den övre och undre balkens ändytter för att simulera infästningar i ett väderskydd. Detta visas i figur 5.2.

Resultaten som sedan skapar responsytorna är massan på balken och spänningarna i de olika komponenterna. Vid användning av linjemodeller i ANSYS för komplicerade tvärsnitt såsom de framtagna profilerna måste spänningsformler skrivas in. Eftersom ANSYS kan beräkna böjmomenten  $M_b$  för dessa specialtvärsnitt har spänningarna erhållits ur följande formel

$$\sigma = \frac{N}{A} + \frac{M_b}{I_z} y$$

där normalkraften  $N$  har satts till noll.



Figur 5.2. Laster och randvillkor på det generella fackverket. A är en gravitationskraft, B och C är randvillkor och D är en utbredd last. B är fri att rotera kring z-axeln och är i övrigt fast inspänd. C är uppställd som B men är även fri att röra sig i x-led.

I bilaga E visas linjemodellerna för samtliga fackverk med sina tilldelade tvärsnitt. Även tre optimeringskandidater enligt Kriging finns med i denna bilaga. De mått som har valts att användas mellan undersidan av den övre profilen och ovansidan av den undre profilen visas i tabell 5.1. Eftersom de tre optimeringskandidaterna gav i princip samma spänningar valdes ett jämt värde som ligger inom deras intervall. Värt att notera är att värdena i bilagan gäller mellan profilernas tyngdpunkter, därför är värdena i tabellen nedan lägre än intervallen i bilagan.

Tabell 5.1. Optimala höjder mellan undersidan av den övre profilen och ovansidan av den undre profilen för samtliga fackverk.

Fackverk	Höjd (mm)
1	1000
3	1000
6	650
9	700
11	1000
15 Hole	700
15 No Hole	700

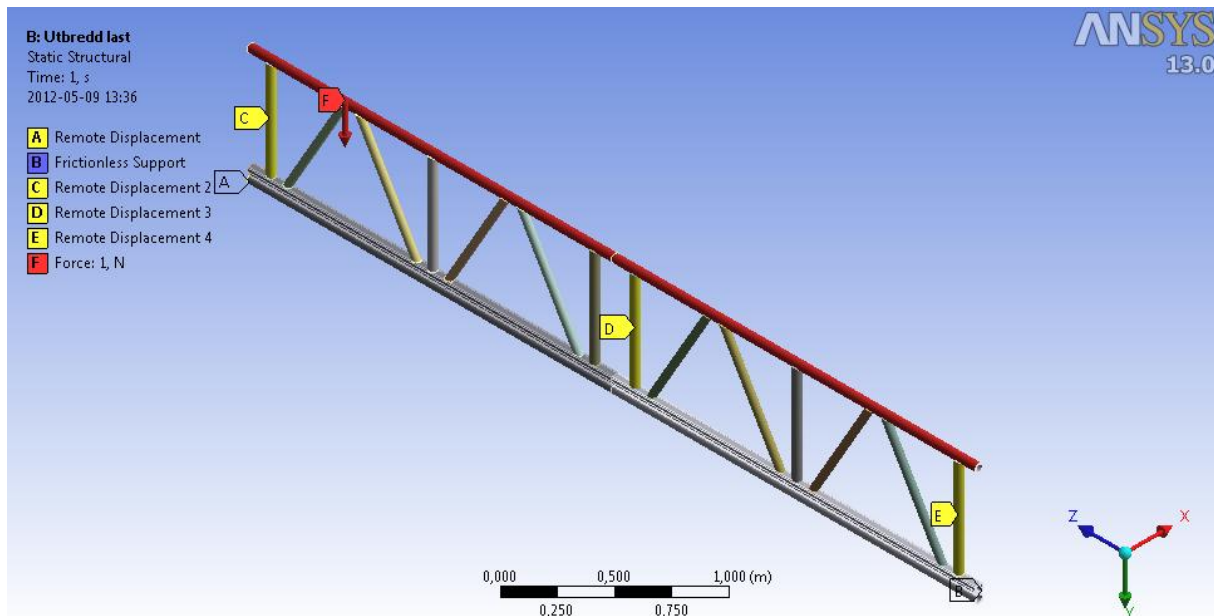
## 6 Hållfasthetsanalys av fackverk

Utöver optimeringarna måste fackverken även uppfylla de krav som ställs på konstruktioner i industrin. För dimensionering av aluminiumkonstruktioner måste därför partialkoefficientmetoden användas enligt SS-EN 12811-1:2004 och SS-EN 1999-1-1:2007. Detta är gällande standarder för byggställningar och aluminiumkonstruktioner. Partialkoefficientmetoden innebär att olika säkerhetsfaktorer används för olika laster. Standarderna säger att följande partialkoefficienter skall användas för att bestämma materialets bärförmåga och tillåten last mot knäckning för aluminiumkomponenter.

$$\gamma_m = 1,1; \quad \gamma_f = 1,1 \cdot 1,5 = 1,65$$

där  $\gamma_m$  är för materialets bärförmåga och  $\gamma_f$  för tillåten last mot knäckning.  $\gamma_m$  kan ses som materialets säkerhetsfaktor mot sträckgränsen och  $\gamma_f$  som säkerhetsfaktorn mot den kritiska knäcklasten. Därför har material- och knäckningsanalyser gjorts för samtliga av de optimerade fackverken och den befintliga 750-balken för att ta fram karakteristiska laster för olika spännvidder. Den karakteristiska lasten är den minsta av de tillåtna lasterna enligt material- och knäckningsanalyserna det vill säga den karakteristiska lasten är konstruktionens maximalt tillåtna last.

För att åstadkomma dessa analyser har 3D-modeller gjorts av fackverken och ritningar för dessa finns i bilaga F. Randvillkoren för analyserna i ANSYS är uppställda enligt figur 6.1 där jämt utbredd last har använts.



Figur 6.1. Last och randvillkor på en 9 m 750-balk, där symmetri kring  $xy$ -planet har använts. A är en infästning som är fri att röra sig i  $z$ -led och rotera kring  $x$ -axeln. B är symmetriplanet och är endast fritt att röra sig i  $x$ - och  $y$ -led. C till E är vippavstyvningar som bara får rotera kring  $x$ -axeln och röra sig i  $y$ - och  $z$ -led. F är den utbredda lasten.

Materialanalysen har genomförts genom att öka lasten successivt och läsa av den last som ger upphov till den maximalt tillåtna spänningen enligt partialkoefficientmetoden. För att se om de framtagna fackverksbalkarna klarar av större spännvidder än den befintliga 750-balken har analyserna gjorts för olika längder. Resultaten av dessa analyser kan ses i tabell 6.1 för samtliga fackverk.

Tabell 6.1. Tillåten last enligt materialanalysen efter division med  $\gamma_m = 1,1$ .

Materialanalys								
[m]	Jämt utbredd last [kN/m]							
	750	1	3	6	9	11	15 Hole	15 No Hole
4,5	13,3	15,6	15,6	17,8	18,7	17,8	18,7	21,3
9,0	6,2	7,8	7,8	8,9	8,9	8,0	8,7	10,2
13,5	3,0	4,7	4,3	5,6	5,9	5,3	5,8	6,4
18,0	1,7	3,6	2,4	3,7	3,9	3,6	4,2	4,4
22,5	1,1	2,7	2,0	2,9	2,7	2,7	3,4	3,6

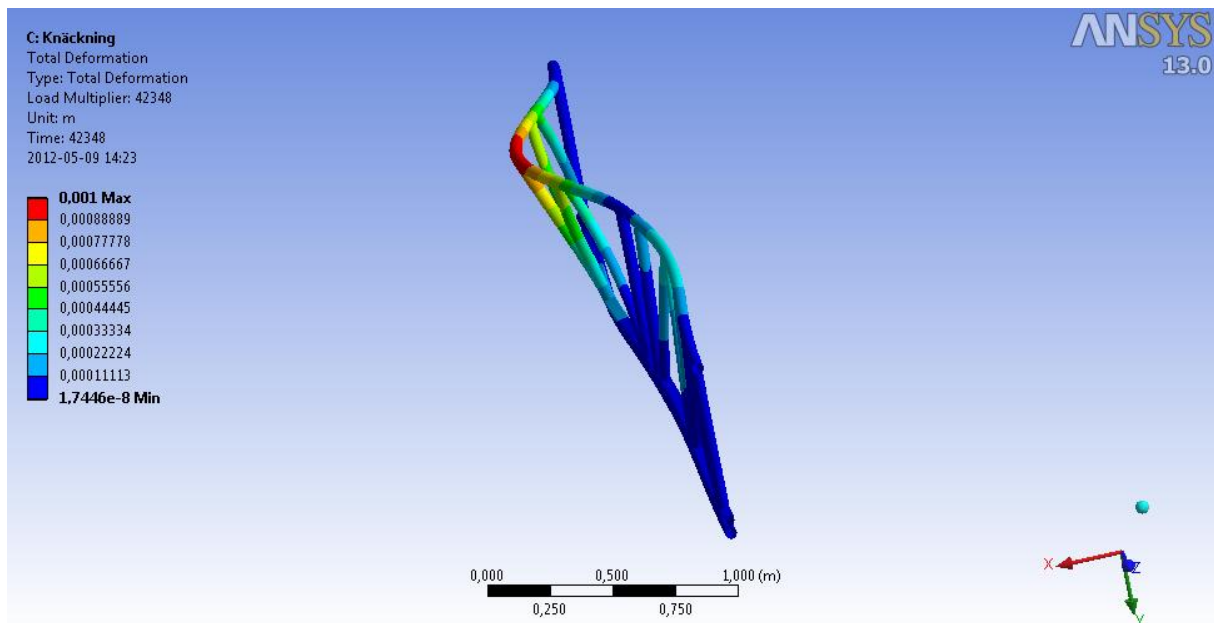
Egenvärdesknäckning är den lösningsmetod som har använts vid knäckningsanalysen. Vilket innebär att ANSYS ger en lastfaktor för varje analys som sedan multipliceras med den pålagda lasten för att erhålla den kritiska knäcklasten. I tabell 6.2 visas resultatet av knäckningsanalysen.

Tabell 6.2. Tillåten last enligt knäckningsanalysen efter division med  $\gamma_f = 1,65$ .

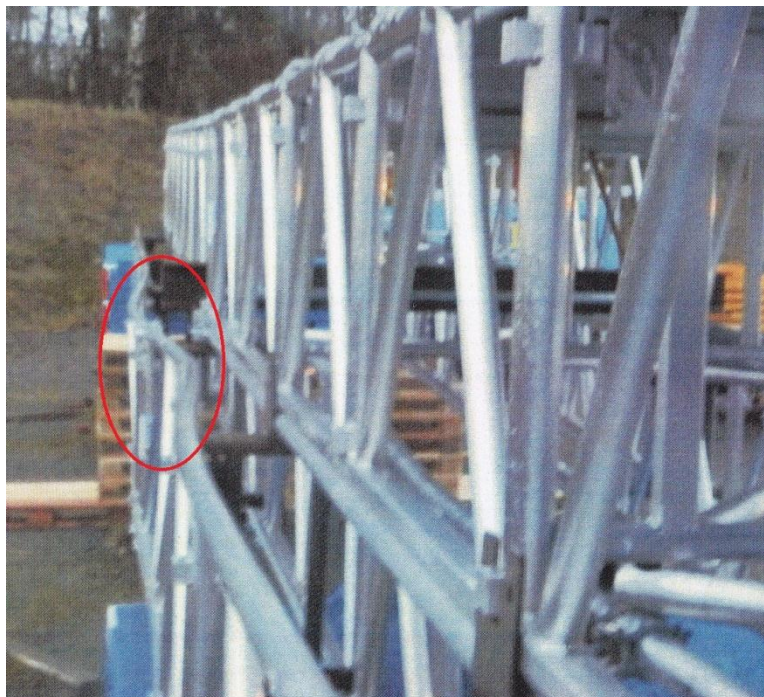
Knäckningsanalys								
[m]	Jämt utbredd last [kN/m]							
	750	1	3	6	9	11	15 Hole	15 No Hole
4,5	24,1	13,5	14,5	62,3	57,6	37,5	67,5	53,6
9,0	5,7	6,5	7,6	14,8	14,1	7,2	17,8	16,7
13,5	2,4	3,5	3,5	6,9	6,1	4,1	6,8	6,7
18,0	1,3	1,6	1,5	2,7	2,7	2,3	3,3	3,4
22,5	0,8	1,0	0,9	1,6	1,7	1,1	2,1	2,0

För att stödja att ANSYS egenvärdesknäckning ger rimliga resultat kan en jämförelse mellan figur 6.2 och 6.3 göras, där både ett verkligt test och en ANSYS analys har gjorts. Man kan se att utbucklingen ser likadan ut för båda fallen, vilket tyder på att resultaten skulle kunna vara rimliga. Det verkliga testet genomfördes av HAKI vid ett tidigare tillfälle och har inte gjorts i samband med detta arbete.





Figur 6.2. Egenvärdesknäckning av en nio meter lång 750-balk i ANSYS, där symmetri har använts.



Figur 6.3. Det inringade området visar utbucklingen för en tolv meter lång 750-balk vid ett verkligt knäcktest.

Från material- och knäckningsanalyserna kan de karakteristiska lasterna tas fram, detta görs genom att välja de minsta lasterna från tabell 6.1 och 6.2. Tabell 6.3 visar de framtagna karakteristiska lasterna för de analyserade fackverken. För att få en mer överskådlig bild av varje fackverks laster finns diagram i bilaga G som visar hur de beror på fackverkens spännvidd.

*Tabell 6.3. Karakteristisk last för de analyserade fackverken.*

<b>Karakteristisk last</b>								
<b>[m]</b>	<b>Jämt utbredd last [kN/m]</b>							
	750	1	3	6	9	11	15 Hole	15 No Hole
4,5	13,3	13,5	14,5	17,8	18,7	17,8	18,7	21,3
9,0	5,7	6,5	7,6	8,9	8,9	7,2	8,7	10,2
13,5	2,4	3,5	3,5	5,6	5,9	4,1	5,8	6,4
18,0	1,3	1,6	1,5	2,7	2,7	2,3	3,3	3,4
22,5	0,8	1,0	0,9	1,6	1,7	1,1	2,1	2,0

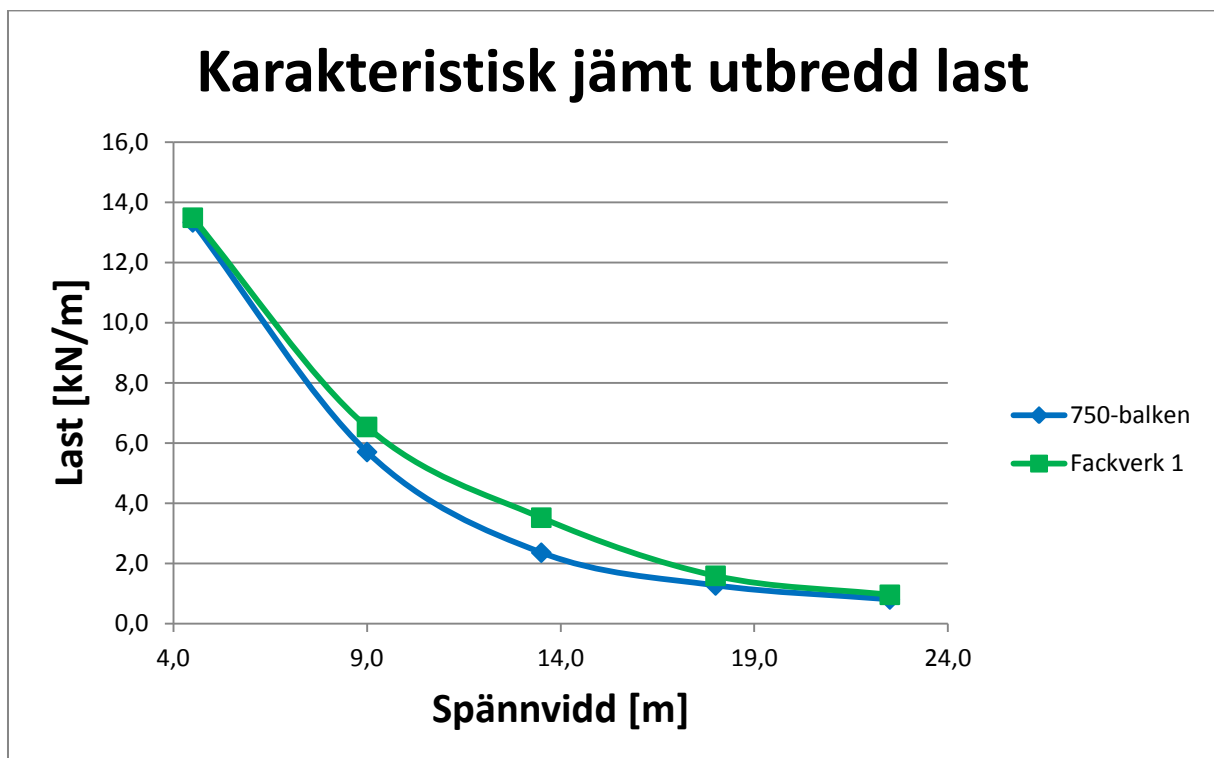


## 7 Slutsatser

För att se om det blivit någon betydande skillnad mellan fackverken och 750-balken kommer deras karakteristiska laster att jämföras. För att få en överskådlig bild av förändringen har diagram tagits fram för varje tvärsnitt, dessa presenteras nedan.

### 7.1 Fackverk 1

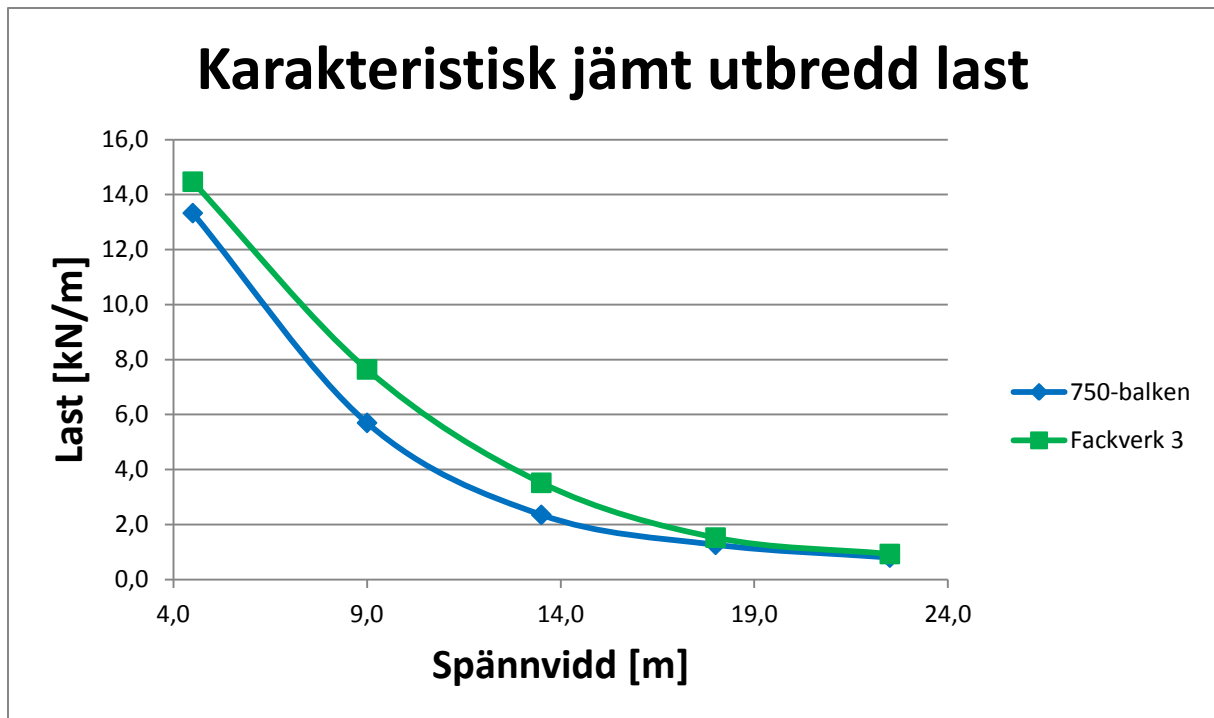
Som man kan se i figur 7.1 har fackverk 1 inte gett upphov till någon nämnvärd förbättring. Detta kan bero på att balkprofilen har en smal bas vilket gör den känslig för knäckning vid långa längder. Eftersom profilen har en smalare bas än 750-balkens profil var det tvunget att använda rör med mindre diameter till fackverket, vilket är en bidragande orsak till att hållfastheten inte har blivit bättre. Om kravet på längre spännvidder inte hade funnits, utan om enbart spåret skulle integreras i profilen, hade detta kunnat vara ett alternativ till 750-balken.



Figur 7.1. Diagram av fackverk 1 och 750-balkens karakteristiska last.

### 7.2 Fackverk 3

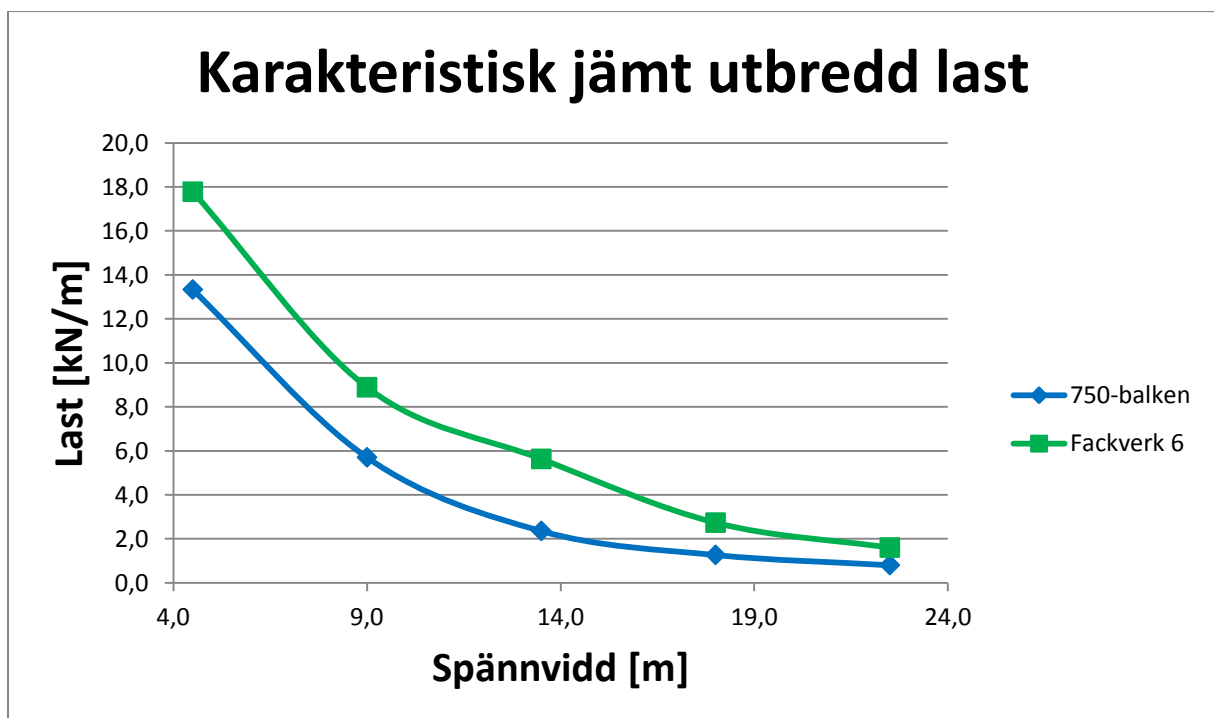
Precis som fackverk 1 har detta fackverks balkprofil en smal bas, vilket även gör denna känslig för knäckning. Vid jämförelse av figur 7.1 och figur 7.2 kan det konstateras att fackverk 3 är något bättre än fackverk 1 vid korta längder och likvärdiga vid långa längder. Därför skulle även denna kunna vara ett alternativ till 750-balken. Eftersom balkprofilen har en rund bas blir fackverket svårare att tillverka, ty rören kräver extra bearbetning.



Figur 7.2. Diagram av fackverk 3 och 750-balkens karakteristiska last.

### 7.3 Fackverk 6

På grund av sin elliptiska form är detta fackverk svårt att tillverka. Fördelen är dock att den har en dubbelt så hög karakteristisk last vid långa längder än 750-balken, vilket indikerar att den borde klara av längre spännvidder. Detta innebär dock höga tillverkningskostnader, vilket är avgörande för om fackverket ska användas eller inte.

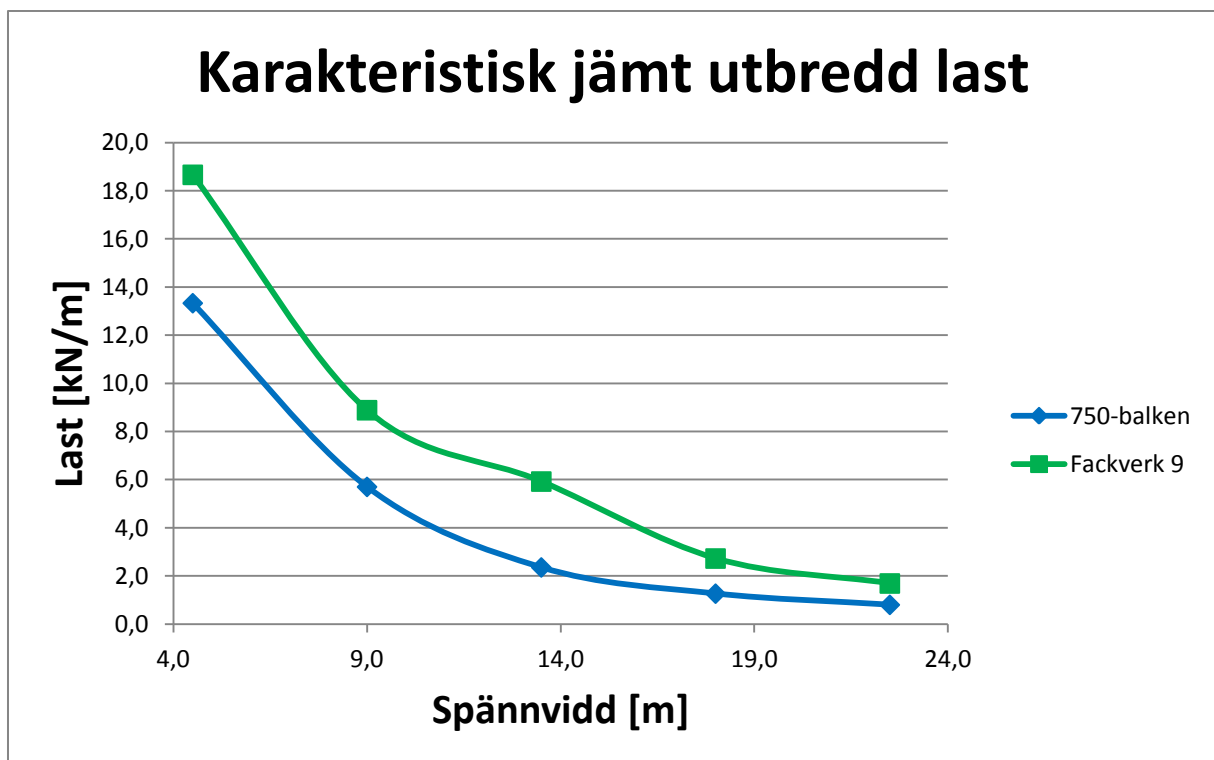


Figur 7.3. Diagram av fackverk 6 och 750-balkens karakteristiska last.

En fördel med fackverk 6 är dess runda ovansida som ger den god avrinningsförmåga. Detta skulle innebära minimalt läckage mellan balkskarvarna. Ovansidan förstärker även spåret och skyddar det vid transporter.

## 7.4 Fackverk 9

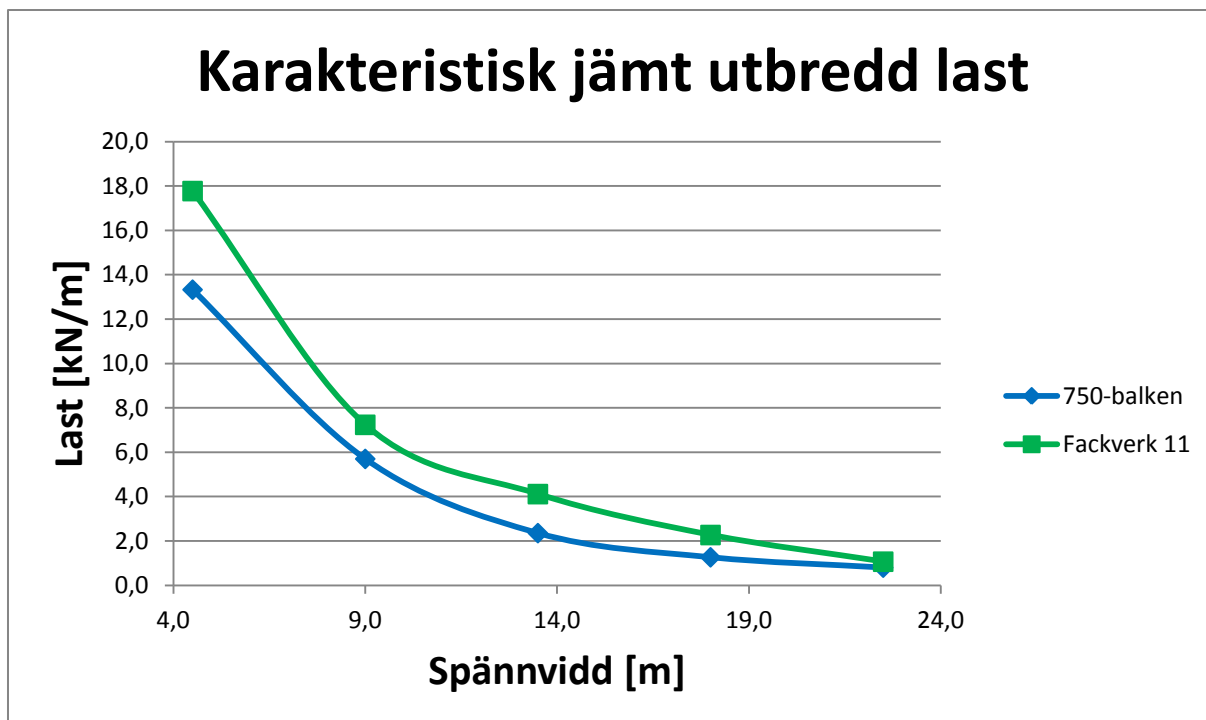
Detta nyckelhålsinspirerade fackverk är påtagligt bättre än 750-balken, se figur 7.4. Balkprofilens plana undersida gör det lätt att tillverka fackverket och den runda ovansidan ger den bra avrinningsförmåga. Spåren är dock oskyddade vilket kan leda till att fackverket blir obrukbart vid omild hantering då det kan gå sönder.



Figur 7.4. Diagram av fackverk 9 och 750-balkens karakteristiska last.

## 7.5 Fackverk 11

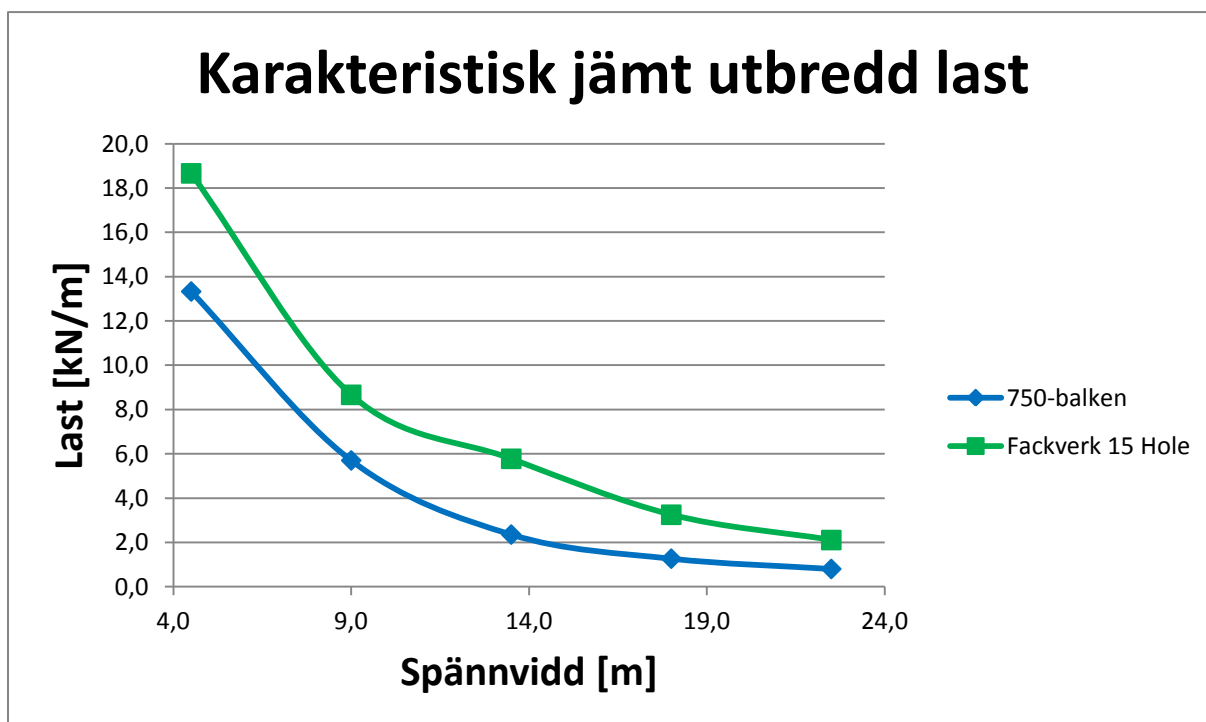
Teorin bakom detta fackverk var att det skulle vara både böj- och vridstarkt. På grund av att det blev mycket material nära balkprofilens centrum klarade den inte böjning lika bra som förväntat. Detta ledde till att en vanlig nyckelhålsprofil användes i botten av fackverket för att öka dess hållfasthet. Som kan ses i figur 7.5 blev den karakteristiska lasten för fackverket nästan oförändrad jämfört med 750-balken. Spåret skulle däremot bli skyddat, men till ett högt pris eftersom tillverkningskostnaden för balkprofilen hade blivit hög på grund av alla hålrum i profilen.



Figur 7.5. Diagram av fackverk 11 och 750-balkens karakteristiska last.

## 7.6 Fackverk 15 Hole

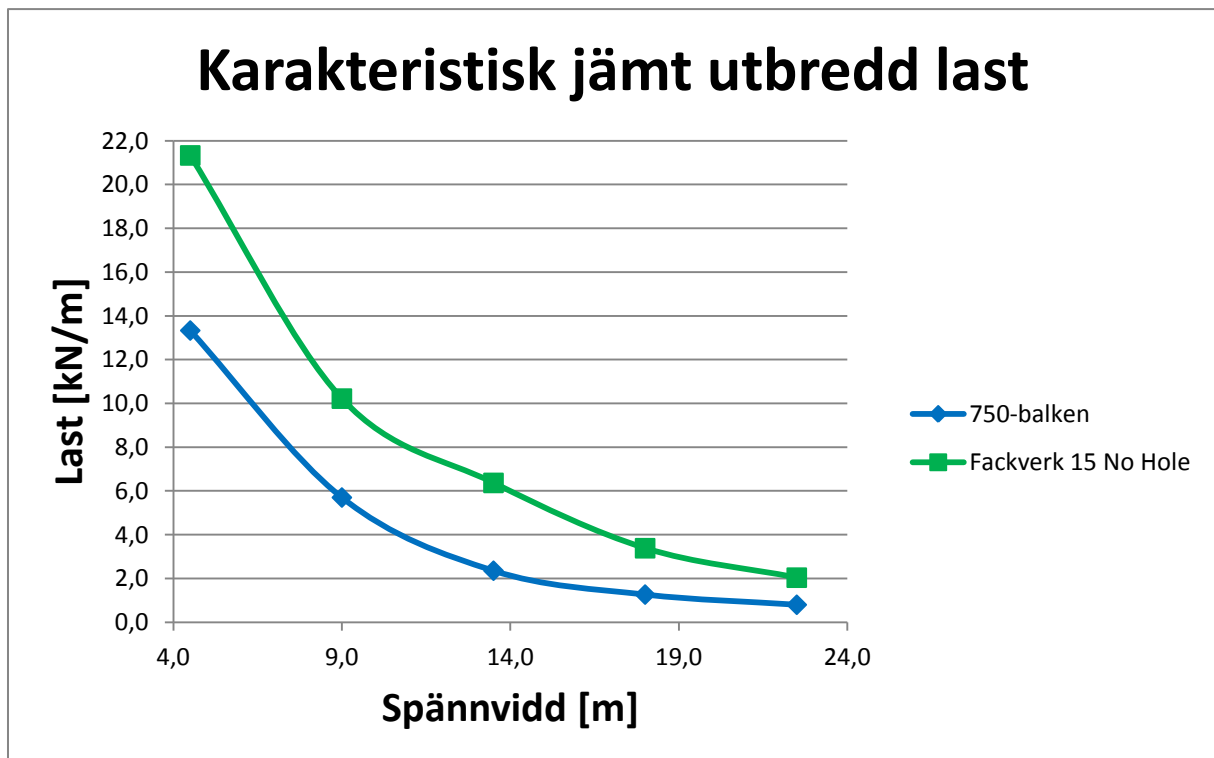
Ett av de bästa fackverken visade sig vara fackverk 15 Hole som är signifikant bättre än 750-balken vid både korta och långa längder. Från figur 7.6 kan det konstateras att den är ungefär dubbelt så stark som 750-balken vid långa längder när det gäller utbredd last. Spåret är även skyddat vilket skulle kunna göra fackverk 15 Hole till en bra ersättare av 750-balken.



Figur 7.6. Diagram av fackverk 15 Hole och 750-balkens karakteristiska last.

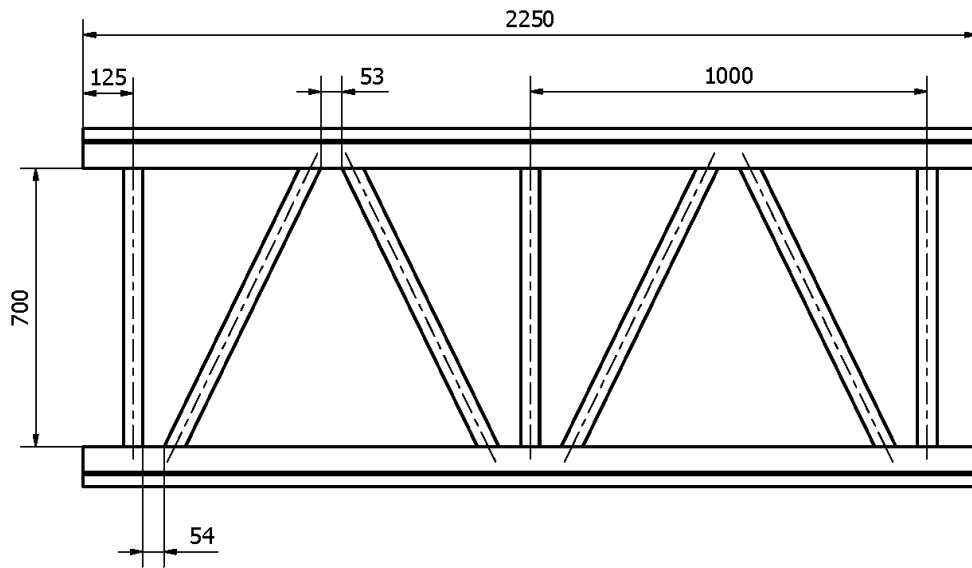
## 7.7 Fackverk 15 No Hole

Fackverket 15 No Hole är det bästa av de analyserade fackverken. Detta påstående grundas på att den uppfyller alla krav på fackverket, har ett väl skyddat spår samt är billig och lätt att tillverka. Tillverkningskostnaden är låg eftersom balkprofilen endast består av ett hål och har en plan undersida som underlättar vid montering och framtagning av rör. På grund av sina plana ytor är den både lätt att förvara och enkel att transportera vilket är fördelaktigt ur ett logistikperspektiv. Ytterligare en sak som talar för profilen är att den har en enkel och trovärdig utformning vilket kan underlätta vid infasning på marknaden. Därför kan följande slutsats dras; om ett byte av fackverksbalk är aktuellt bör den ersättas av fackverk 15 No Hole.

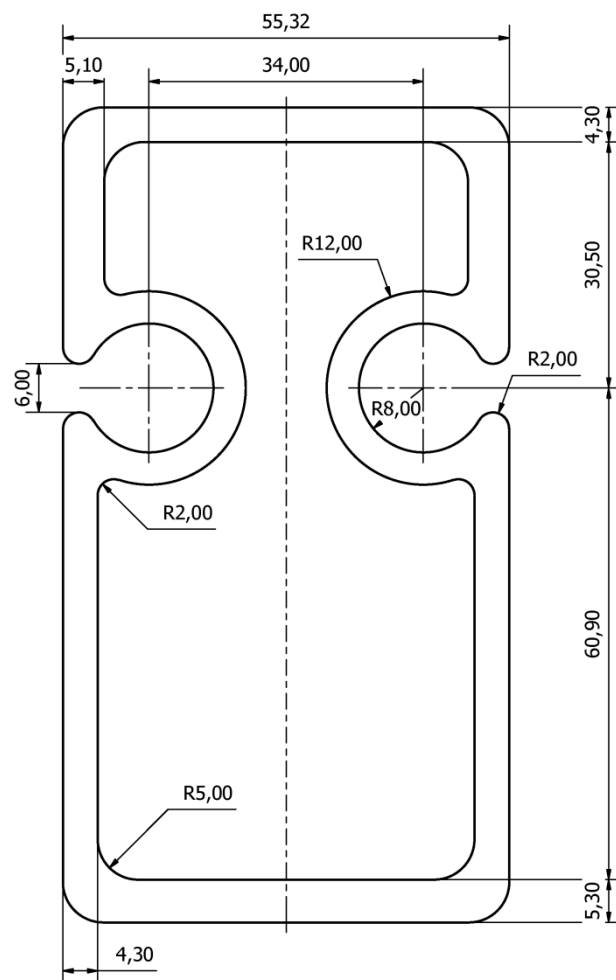


Figur 7.7. Diagram av fackverk 15 No Hole och 750-balkens karakteristiska last.

Eftersom fackverk 15 No Hole är det bästa fackverket kan det vara intressant att veta hur det ser ut. Därför visas fackverket i figur 7.8 och dess framtagna profil i figur 7.9. Dessa finns också med i bilaga F där även de andra fackverken presenteras.



Figur 7.8. Fackverk 15 No Hole efter optimering.



Figur 7.9. Profil 15 No Hole efter optimering.

## 8 Diskussion

I stället för att ta fram koncept på tvärsnitten hade en topologioptimering kunnat göras för att direkt få fram det bästa tvärsnittet. Men eftersom HAKI inte har tillgång till någon programvara som stödjer topologioptimering kunde detta inte genomföras. Därför ansågs konceptmodellen vara ett bra sätt att få fram en godtagbar lösning. Det positiva med det här sättet är möjligheten att se hur mycket fackverken skiljer sig åt beroende på de olika tvärsnitten och det blir tydligt att det är viktigt att välja rätt tvärsnitt för att få ett så bra resultat som möjligt.

Det visade sig vara väldigt tidsödande och omständigt att rita in tvärsnitten i ANSYS egna CAD-modul. Eftersom tvärsnitten skulle parametreras gick det inte att importera dessa från Autodesk Inventor då skissen inte följer med modellen. Därför var det tvunget att använda ANSYS CAD-modul för att optimeringen av tvärsnitten skulle vara möjlig. Problemet som inträffade var att låsningar (constraints) i ritningarna kunde försvinna då linjer trimmades vilket kunde leda till att geometrin blev förvriden. På grund av detta fick man tänka efter ordentligt innan några ändringar gjordes och det kunde ta flera timmar att färdigställa ett tvärsnitt.

För att underlätta bestämningen av parametrarnas intervall var det nödvändigt att måttsätta tvärsnitten på ett smart sätt. Detta gjordes genom användning av kedjemåttsättning för att undvika överlappande mått, vilket innebär att kedjemåttsättning bör användas för alla parametrar. Om kedjemåttsättning inte används finns det risk att en DoE ger upphov till negativa dimensioner. Optimeringen kan även bli begränsad om kedjemåttsättning inte används då parameterintervallen måste väljas snävare för att inte överlappa varandra.

Under optimeringarna beaktades inte knäckning eftersom det dimensioneringskriteriet uppdagades först när de färdiga fackverken skulle analyseras. Om optimeringarna skulle gjorts om med avseende på knäckning hade det tagit över en månad att genomföra. Därför valdes att enbart ta med knäckning vid de slutgiltiga analyserna av fackverken eftersom resultatet antagligen inte hade blivit mycket bättre om det hade beaktats. Även då knäckning inte togs med i optimeringarna blev slutresultatet ändå dubbelt så bra för det bästa fackverket (15 No Hole) jämfört med den befintliga 750-balken vid långa längder.

Vid knäckningsanalyserna erhöles först orimliga resultat vilket visade sig bero på avsaknaden och felaktigt modulerade vippavstyvningar. Efter många försök att rätta till randvillkoren lyckades till sist vippavstyvningarna moduleras korrekt då resultaten stämde väl överens med HAKIs tidigare utförda test och beräkningar.

Ett annat problem som uppstod under arbetet med ANSYS var att arbetsstationen inte klarade av så många frihetsgrader vilket överbelastade RAM-minnena. Detta ledde till att sämre mesh var tvunget att användas för att reducera antalet frihetsgrader. På grund av detta gick beräkningarna relativt fort jämfört med om ett bättre mesh hade använts men till priset av sämre noggrannhet på

resultaten. För att kunna använda bättre mesh hade fler RAM-minnen behövt installeras i datorn eller så skulle en del av hårddisken reserverats för ANSYS beräkningar. Det fanns dock varken tillgångar eller kunskaper för att utföra dessa förändringar.

Utöver det som nämnts i diskussionen ovan har arbetet flutit på bra och mycket kunskap har erhållits under detta arbete.



## 9 Arbetsfördelning

Vid alla moment under arbetets gång har vi båda två varit närvarande hela tiden. Vilket innebär att allt arbete har genomförts av oss båda.

## 10 Referenser

- [1] C. Ljung, N. Ottosen och M. Ristinmaa: Introduktion till hållfasthetslära enaxliga tillstånd, Studentlitteratur, 77-100 (2007)
- [2] Institutionen för hållfasthetslära KTH: Handbok och formelsamling i hållfasthetslära, E-print AB, Stockholm (2008)
- [3] N. Ottosen, M. Ristinmaa och C. Ljung: Hållfasthetslära allmänna tillstånd, Studentlitteratur, 83-115 (2007)
- [4] P. Christensen och A. Klarbring: An Introduction to Structural Optimization, Springer, 1-7 (2009)
- [5] ANSYS inc: ANSYS Mechanical APDL and Mechanical Applications Theory Reference, ANSYS Release 13.0, SAS IP inc, 1080-1082 (2010)
- [6] ANSYS inc: DesignXplorer, ANSYS Release 13.0, SAS IP inc, 42-47 (2010)
- [7] G. Blom, J. Enger, G. Englund, J. Grandell och L. Holst: Sannolikhetssteori och statistikteori med tillämpningar, Studentlitteratur, 358-374 (2005)
- [8] N. Ottosen och H. Petersson: Introduction to the Finite Element Method, Prentice Hall, Harlow (1992)
- [9] C. Ljung, N. Ottosen och M. Ristinmaa: Introduktion till hållfasthetslära enaxliga tillstånd, Studentlitteratur, 141-154 (2007)
- [10] E. Ingelstam, R. Rönngren och S. Sjöberg: TEFYMA handbok för grundläggande teknisk fysik, fysik och matematik, Studentlitteratur, 28-29 (2009)
- [11] A. Polyanin och A. Manzhirov: Handbook of mathematics for Engineers and Scientists, Chapman & Hall/CRC, 472-475 (2007)
- [12] ANSYS inc: ANSYS Mechanical APDL and Mechanical Applications Theory Reference, ANSYS Release 13.0, SAS IP inc, 936-938 (2010)
- [13] K. Ulrich och S. Eppinger: Product Design and Development, McGraw-Hill, 97-143 (2008)
- [14] J. Sundström, R. Bjärnemo och P.E. Andersson: Konstruktiv utformning - Del 1: Syntes, Avdelningen för maskinkonstruktion vid LTH, Lund (2000)

## Bilaga A – HAKIs väderskydd

## **MONTERINGSINSTRUKTION**

# **HAKITEC<sup>®</sup> 750** **HAKI Trak Rullbart**



## Viktig information

HAKIs produktansvar och monteringsinstruktioner gäller endast för konstruktioner som enbart innehåller komponenter tillverkade och levererade av HAKI.

HAKIs olika system får inte byggas med inblandning av komponenter eller sammankopplas med konstruktion av annat fabrikat än HAKI. I sådana fall skall en särskild utredning om bärförmågan utföras.

Att blanda komponenter från olika leverantörer kan göra försäkringsskyddet ogiltigt.

För konstruktioner som ej omfattas av denna monteringsinstruktion, kontakta HAKIs tekniska avdelning.

HAKI förbehåller sig rätten till löpande tekniska förändringar.

## HAKI färgkoder

Horisontaler och diagonaler märks med modulmått (cc mått spiror) och en färgkod. Märkningen är ett utmärkt hjälpmedel vid montering och hantering av ställningsmaterialet.

700 	1050 	1964 	3050 
770 	1250 	2050 	3650 
1010 	1655 	2500 	4050 

## Faktaruta

1000 N = 1 kN ~ 100 kg

10 N ~ 1 kg

Alla mått i mm

## HAKI monteringsinstruktioner

Universal, Universal AL, Continental, Ram, Trapporn, Hängande ställning, Galge och Väderskydd.

© Copyright HAKI AB, 2010

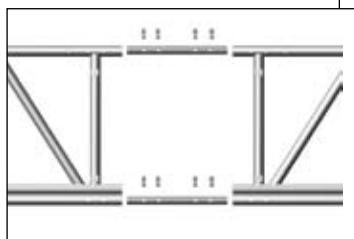
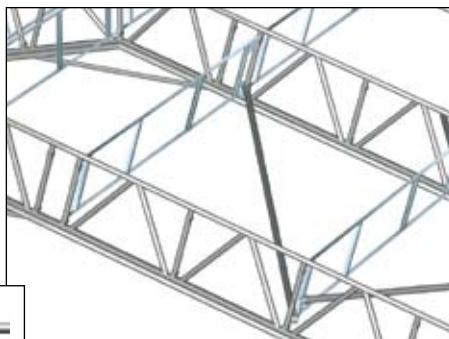
Eftertryck av text och bilder/illustrationer får inte ske utan HAKIs medgivande.

## Allmän beskrivning

HAKITEC 750 består av fackverk i aluminium, 750 mm höga, som kopplas samman med hjälp av modulära skyddsräcksramar och diagonalstag.

Fackverken skarvas med två skarvrör av stål som säkras med 8 låssprintar 12 mm.

Hela stommen vilar på fackverksupplag, bottenramar och fasthjul med spår.



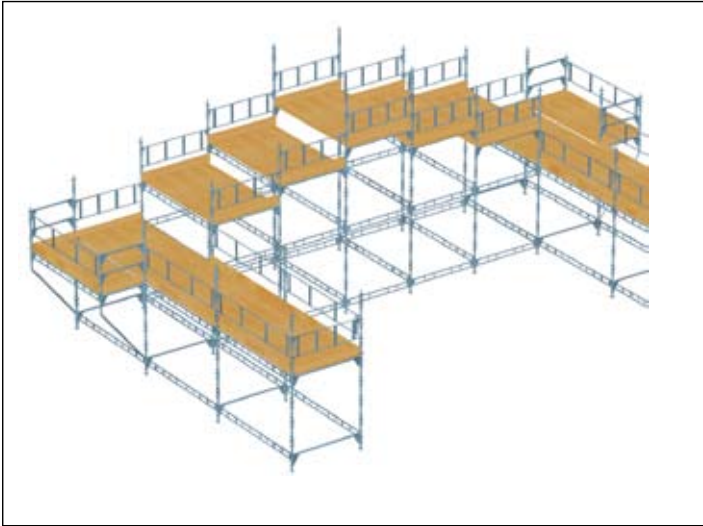
HAKI Trak systemet består av en strängpressad aluminiumskena som monteras ovanpå fackverksbalk HAKITEC 750 med skenfästen som säkras med låssprintar 12 mm.

HAKI Trak skenorna skarvas med skarvpinne och packning som säkras med skarvlås.

Dukens kanter dras därefter in genom aluminiumskenans spår och man får ett effektivt väderskydd.



## Allmänna principer



Denna metod går ut på att uppföra ett HAKITEC 750-tak på ett sätt som förebygger alla fallrisker.

För att uppföra taket på detta sätt måste man använda en gavelställning med plattformar i lägen och nivåer som i full takbredd passar fackverksbalkarnas form och längd och har en arbetsbredd på 3 m. Samtliga plattformar bör ha skyddsräcken på alla sidor och säker steguppgång.

Väderskyddstaket byggs från gavelställningen och rullas ut fack för fack.

Denna ställning bör inkludera utvändiga inklädnadsfack på varje sida.

Väderskyddstaket och den bärande konstruktionen bör beräknas av en behörig tekniker och på konstruktionsritningen skall hänsyn ha tagits till alla tillämpliga aspekter på takets uppförande..

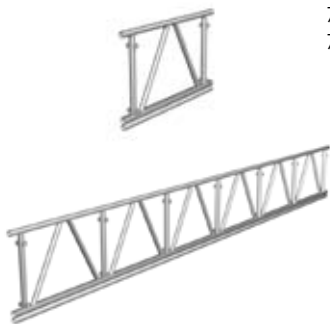
Allt material skall finnas på arbetsplatsen innan monteringen påbörjas.

Rätt antal arbetare skall finnas på plats. All personlig säkerhetsutrustning och alla behövliga verktyg skall finnas tillgängliga och användas.

Om en arbetare inte kan arbeta från en helt skyddad plattform, bör han ansluta sitt fallskydd till fackverksbalk HAKITEC 750, lämpligast till övre fackverksröret.

**ALLT ARBETE SKALL UTFÖRAS FRÅN SÄKRA PLATSER PÅ STÄLLNINGEN.**

Benämning	Kod	Art. nr	Vikt
<b>Fackverk 750 AL</b>	750/1250 AL	<b>4032125</b>	9,4
	750/2250 AL	<b>4032225</b>	16,6
	750/3250 AL	<b>4032325</b>	23,9
	750/6250 AL	<b>4032625</b>	44,7



<b>Fackverksvinkel 750 AL</b> 15°	750/15 AL	<b>4202260</b>	18,3
--------------------------------------	-----------	----------------	------



<b>Fackverksvinkel 750 AL</b> 22,5°	750/22,5 AL	<b>4202261</b>	17,6
--	-------------	----------------	------



<b>Fackverksvinkel 750 AL</b> 37,5°	750/37,5 AL	<b>4202262</b>	16,6
--	-------------	----------------	------





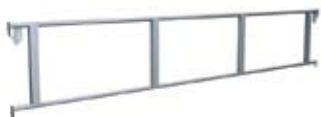
Benämning	Kod	Art. nr	Vikt
<b>Skarvrör 750</b>		<b>7203001</b>	2,0



<b>Låssprint</b>	12	<b>2113100</b>	0,1
	16	<b>2116000</b>	0,2



<b>Skyddsräcksram</b> Med fjäderlås	SKRD 1250	<b>7052121</b>	6,0
	SKRD 1655	<b>7052161</b>	7,8
	SKRD 2500	<b>7052246</b>	9,6
	SKRD 3050	<b>7052301</b>	12,1



<b>Diagonalstag 750</b>	2500x2250 AL	<b>4122253</b>	5,1
	2500x2000 AL	<b>4122254</b>	4,9
	3050x2000 AL	<b>4122303</b>	5,5
	3050x2250 AL	<b>4122304</b>	5,6
















<b>Räcke stolpe 750</b>		<b>7203322</b>	10,5
-------------------------	--	----------------	------









<b>Fackverksupplag 750</b> Ställbar i 8-22,5° samt 0° Inkl. 2 st. klämbeslag		<b>7203335</b>	16,8
--	--	----------------	------



Benämning	Kod	Art.nr	Vikt
<b>Bottenram 750</b>		<b>7203320</b>	10,4
			
<b>Fasthjul med spår</b>		<b>7142002</b>	9,6
			
<b>Krok lyftsäkring</b> Inkl. skruv och mutter		<b>7175059</b>	3,1
			
<b>Triangelbalk</b>	2000 3000	<b>7203332</b> <b>7203333</b>	31,7 44,0
			
<b>Tripod</b>	500 1000 2000 3000	<b>7203340</b> <b>7203341</b> <b>7203342</b> <b>7203343</b>	10,0 17,3 31,8 45,8
			
<b>U-profil lyftsäkring</b> Inkl. skruv och mutter	3000 2000	<b>7175060</b> <b>7175061</b>	16,0 10,6
			
<b>Rälskoppling</b>		<b>2044100</b>	2,2
			

Benämning	Kod	Art.nr	Vikt
<b>Skena</b> Med Skarvpinne AL monterad i övre änden	1250 AL	<b>7541125</b>	2,6
	2250 AL	<b>7541225</b>	4,7
	3250 AL	<b>7541325</b>	6,7
	6250 AL	<b>7541625</b>	12,9
			
<b>Skenanock</b> Utan monterad Skarvpinne AL	15 AL	<b>7541015</b>	2,8
	22,5 AL	<b>7541022</b>	2,8
	37,5 AL	<b>7541037</b>	3,0
			
<b>Skena takfot</b> Med Skarvpinne AL monterad i övre änden	15 AL	<b>7541150</b>	3,3
	22,5 AL	<b>7541220</b>	3,3
	37,5 AL	<b>7541370</b>	3,3
			
<b>Fallskyddsfäste med skenanock</b>	15	<b>7541007</b>	10,4
	22,5	<b>7541008</b>	10,4
			
<b>Skarvlås</b> <b>Skarvpinne</b> <b>Skarvpackning</b>	AL	<b>7540000</b>	0,2
		<b>7540001</b>	0,0
		<b>7540002</b>	0,0
			
<b>Skenfäste</b> Monteras till fackverk 750 AL med låssprint 12 mm		<b>7541000</b>	0,5
			

Benämning	Kod	Art.nr	Vikt
<b>Skenfäste takfot</b> Monteras till fackverk 750 AL med låssprint 12 mm		<b>7541002</b>	1,3
			
<b>Skenfäste koppling</b>		<b>7541001</b>	1,0
			
<b>Nockrulle med ram</b>	1250 1655 2500 3050	<b>7500018</b> <b>7500019</b> <b>7500020</b> <b>7500021</b>	11,2 13,9 17,9 20,5
			
<b>Duksträckare</b>	1250 1655 2500 3050	<b>7500013</b> <b>7500027</b> <b>7500014</b> <b>7500015</b>	5,9 7,6 10,6 12,9
			
<b>Duksträckarrör</b>	1250 1655 2500 3050	<b>7500024</b> <b>7500028</b> <b>7500023</b> <b>7500022</b>	4,3 5,9 9,2 11,3
			
<b>Spännband</b>		<b>7540003</b>	0,5
			

Benämning	Kod	Art.nr	Vikt
<b>Dragok</b> För dukmontering	1250	<b>7500011</b>	7,8
	1655	<b>7500025</b>	9,4
	2500	<b>7500009</b>	12,6
	3050	<b>7500008</b>	14,8



<b>Rullkonsol</b> För dukmontering		<b>7500010</b>	7,4
---------------------------------------	--	----------------	-----



<b>Styrning Trak duk</b> För dukmontering		<b>7541005</b>	1,1
--	--	----------------	-----



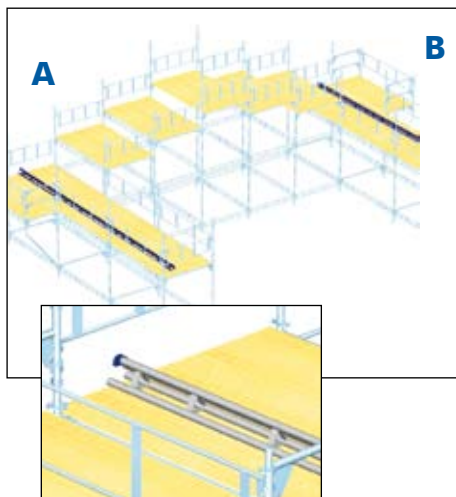
<b>HAKI Trak duk</b> Med kederlist Konfektioneras från fall till fall i längd och bredd		<b>7542000</b>	0,6/m <sup>2</sup>
---	--	----------------	--------------------



<b>HAKI Trak gavelkappa</b> Med kederlist på en sida	1250	<b>7542101</b>	1,0
	2250	<b>7542102</b>	1,6
	3250	<b>7542103</b>	2,3
	6250	<b>7542104</b>	4,4
	nock 15	<b>7542105</b>	1,0
	takfot 15	<b>7542106</b>	1,0



## Montering av rullbana



### Sida A

Montera triangelbalken, rullbanan, på ställningen med lyftsäkringens u-profil vänd nedåt utåt med kopplingar på de ställen som anges i konstruktionshandlingarna.

Triangelbalken skarvas i de två nedre rören med hjälp av två låssprintar 16 mm.

Kontrollera att banan är parallell med byggnadsstommen.

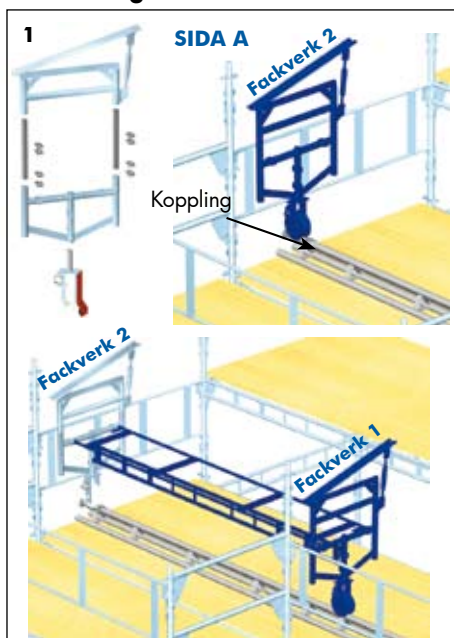
Montera en koppling som stopp i änden av banan så att takkonstruktionen inte kan rulla av.

### Sida B

Montera en parallell rullbana på andra sidan, men fixera den inte helt, eftersom den kan behöva riktas under arbetets gång.

Montera en låskoppling i änden av banan.

## Montering av stomme



1. Vid fackverk 2, vid gavelställningens baksida, placera fasthul med spår med lyftsäkring på rullbanan.

Montera en låskoppling omedelbart framför hjulet.

Montera en bottenram på hjuttappen och lås med en låssprint 16 mm.

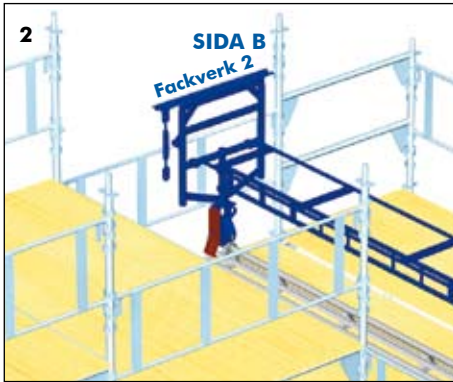
Montera ett fackverksupplag på bottenramen med hjälp av två skarvrör och 8 st låssprintar 12 mm.

Om fackverk ska användas i takets sidor, montera två skarvrör och 8 st låssprintar 12 mm.

Väg av och fixera de monterade detaljerna tillfälligt på gavelställningens baksida.

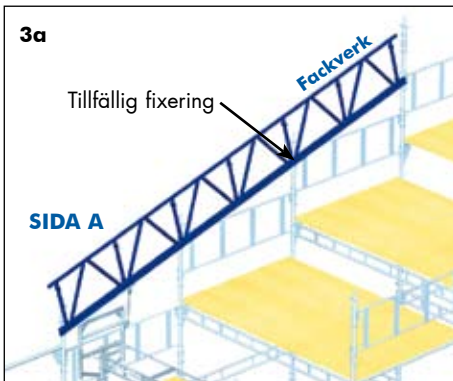
Justera fackverksupplaget till rätt vinkel. Se sida 22.

Upprepa ovanstående för fackverk 1 och koppla ihop bottenramarna med en längdbalk och skyddsräcksram(ar).



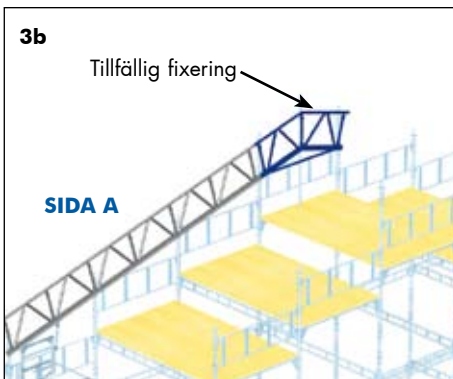
**2.** Upprepa föregående på sida B.

**På fackverksupplaget på sidan B, lossa sprinten så att toppplattan ligger horisontellt.**

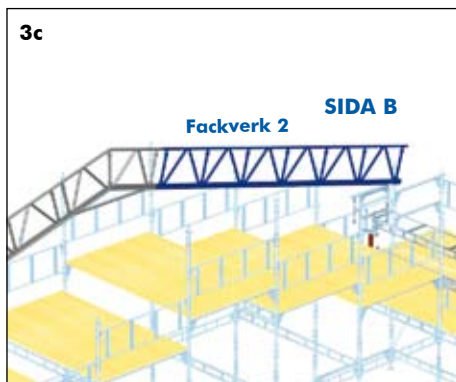


**3a.** Lägg upp det första fackverket på fackverksupplaget med rätt vinkel och fixera tillfälligt mot gavelställningens baksida.

Montera återstående fackverk med hjälp av två skarvrör och 8 st låssprintar 12 mm i varje skarv.



**3b.** Montera fackverksvinkeln med hjälp av två skarvrör och 8 st låssprintar 12 mm. Fixera tillfälligt mot gavelställningens baksida och väg av vid behov.

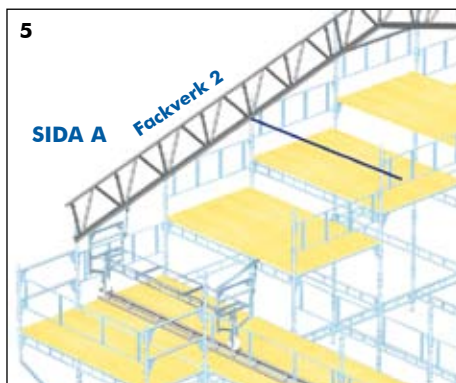


**3c.** Fortsätt monteringen av fackverk frånnock till takfot.

Ta bort alla tillfälliga fixeringar, utom i nocken.

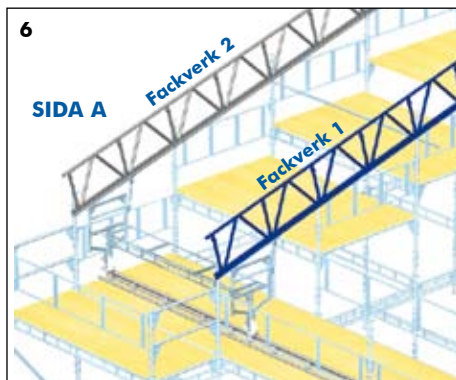
**På fackverksupplaget på sida B, sätt tillbaka den undre sprinten och justera vantskruven så att topplattan följer fackverkets kontur.**

Montera klämbeslagen på fackverksupplagen utan att dra åt fullt.



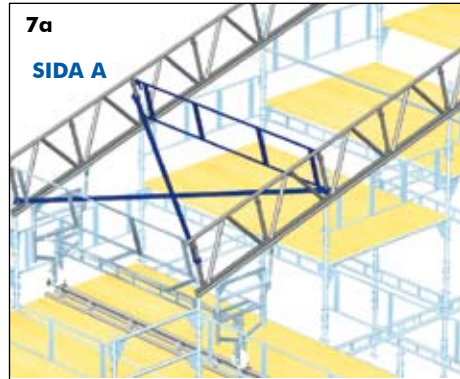
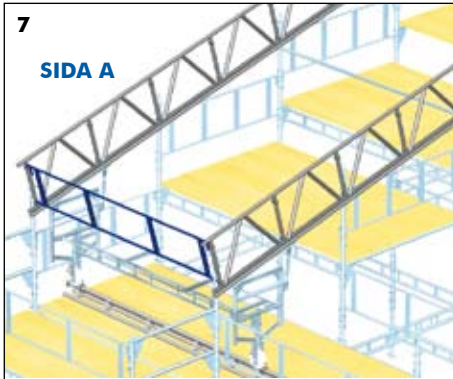
**4.** Utan att ta bort, lossa den tillfälliga fixeringen i nock och låt hela fackverksbalken sätta sig och därmed glida på fackverksupplagen.

**5.** För att tillfälligt stötta nästa fackverksbalk när den satt sig, fäst och väg av horisontella rör på gavelställningens spiror.



**6.** På gavelställningens framsida, upprepa stag 3a medan fackverksbalken tillfälligt vilar på rören enligt ovan.

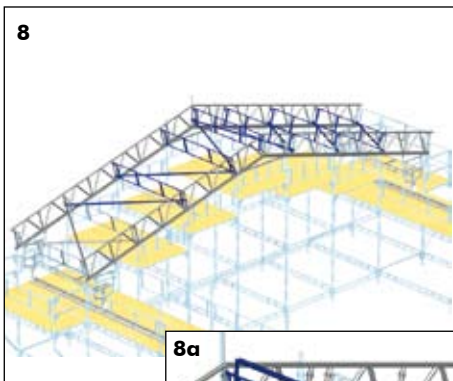




**7.** Montera en skyddsräcksram vertikalt i yttersta bygelgruppen i takfot för att få rätt avstånd mellan fackverksbalkarna.

Montera nästa skyddsräcksram 2 m från den första och montera två korsande diagonalstag i detta fack. Dessa gör att facket blir rätvinkligt.

**Ett av dessa diagonalstag kan tas bort senare.**

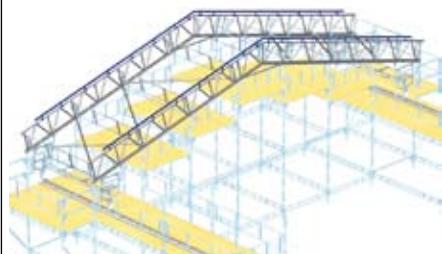
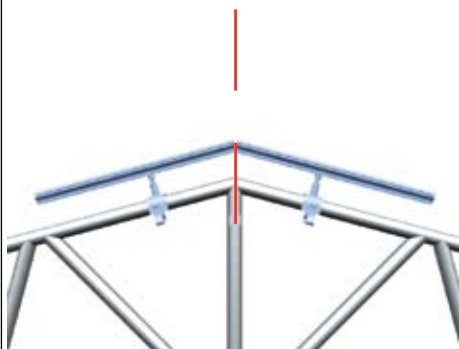


**8.** Arbeta från ena sidan till den andra och montera återstående fackverksbalkar, skyddsräcksramar och diagonalstag tills att stommen till första facket är färdigt.

**I nock monteras en nockrulle med ram. Se figur 8a.**



9



9. Skjut in skenfästen i HAKI Trak skenorna och dra åt muttrarna med fingrarna.

**Nockskena = 2 skenfästen**  
**Skena 1,25 m = 2 skenfästen**  
**Skena 2,25 m = 3 skenfästen**  
**Skena 3,25 m = 4 skenfästen**  
**Skena 6,25 m = 7 skenfästen**  
**Takfotsskena = 1 skenfäste**

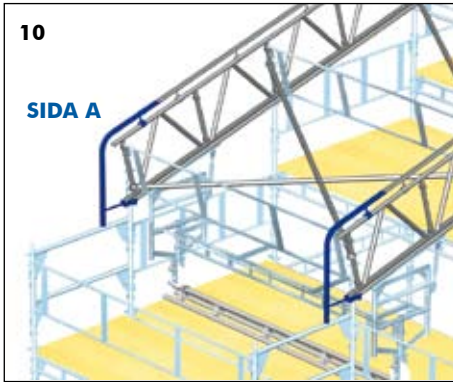
Montera HAKI Trak nockskena centrerad på fackverksvinkeln och säkra med låssprintar 12 mm. Spänn muttrarna med 22 mm fast nyckel.

**Skall gavelkappa användas, montera gavelkappa nock.**

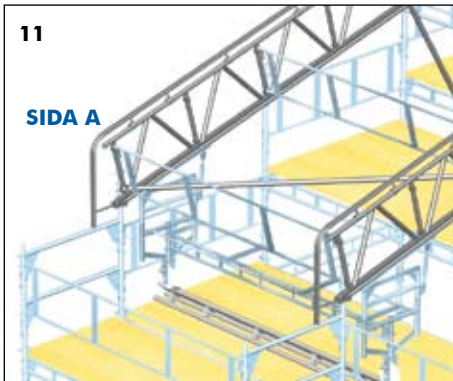
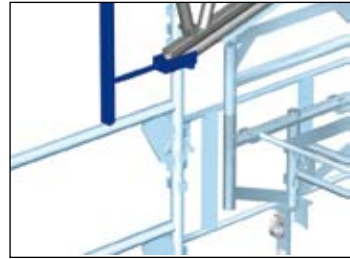
Förbered nästa HAKI Trak skena genom att montera skarvpinne, packning och skarvlås.



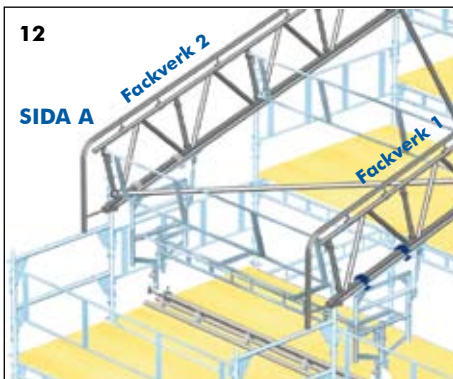
Arbeta nedåt mot takfot och montera återstående HAKI Trak skenor och gavelkappor.



**10.** Montera HAKI Trak takfotsskenor i takfot och skenfäste takfot med hjälp av låssprint 12 mm.



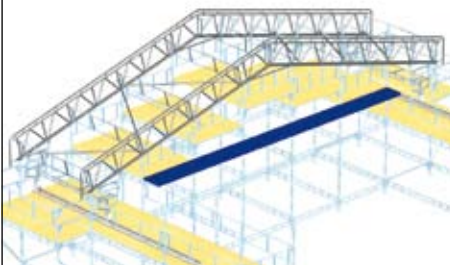
**11.** Det ena av de korsande diagonalstagen kan nu tas bort.



**12.** På fackverk 1, spänn klämbeslagen på fackverksupplagen ordentligt före utrullning.

**På fackverk 2 skall klämbeslagen vara löst åtdragna tills fack 2 är på plats.**

12A

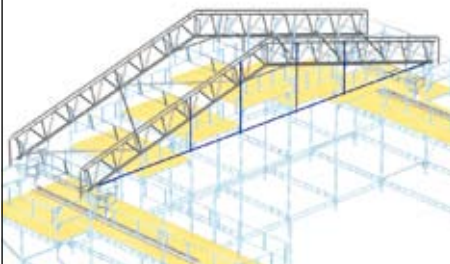


**Om konstruktionen kräver snedstag, tvärstag etc. bör en konsolburen plattform placeras på lämplig nivå utmed hela gavellängden.**

Snedstag, tvärstag, hängstag etc. kan monteras från plattformen på ett säkert sätt.

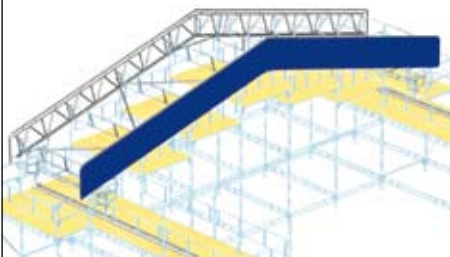
**Kom ihåg att alltid fästa fallskyddet i fackverket om skyddsräck saknas.**

13



**13.** Fixera fullständigt första delen av rullbanan på sida B.

14



**14.** I förekommande fall, kontrollera att gavelkappan är monterad på fackverk 1. Se sidan 22.

Facket är nu klart för inklädnad.

**OBSERVERA!**  
Kontrollera att vindförhållandena inte är för svåra vid inklädnad och utrullning.

**Det är inte säkert att lyftsäkringskroken kan hålla kvar taket vid beräknad maximal vindlast. Kontrollera med konstruktionshandlingarna!**

## Montering av duk

### OBSERVERA!

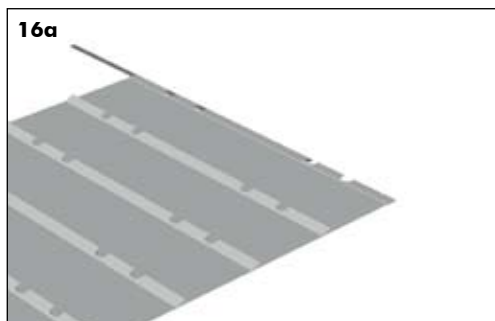
Innan monteringen av duk påbörjas, kontrollera att all annan utrustning enligt konstruktionshandlingarna har monterats, exempelvis snedsteg, tvärsteg, förankringar, motvikter mm.



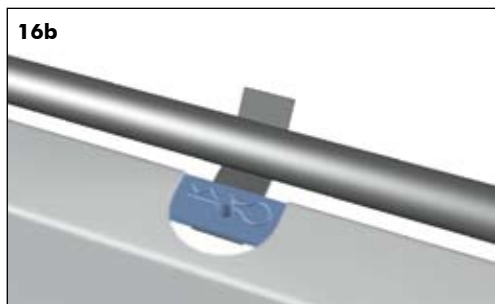
**15.** Duken monteras från fack på sidoställningarna.

Montera två rullkonsoler på yttersta skyddsräcksramen på varje kortsida.

Lägg ut två rep med tillräcklig längd från sida till sida över hela facket.

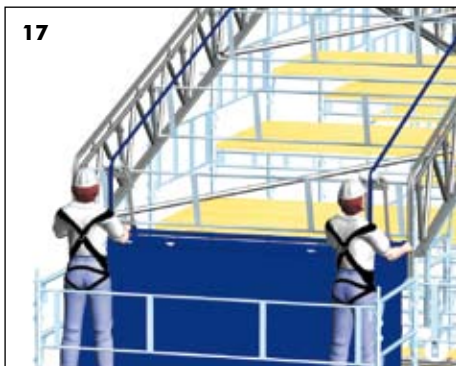


**16.** Placera duken på ena sidan A.



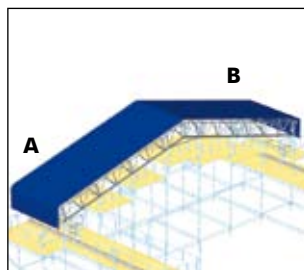
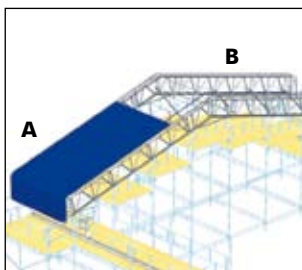
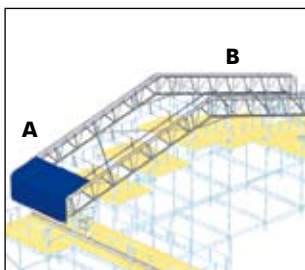
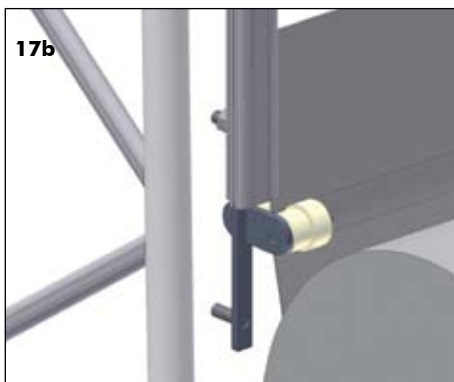
Skjut in dragstången genom dukfickan och fäst den till dragoket.

Fäst repen i dragoket och sträck från motsatta sidan B.



**17.** Drag försiktigt i repen, se till att dragokets hjul kommer rätt och mata in dukens kederlist i skenornas spåröppningar.

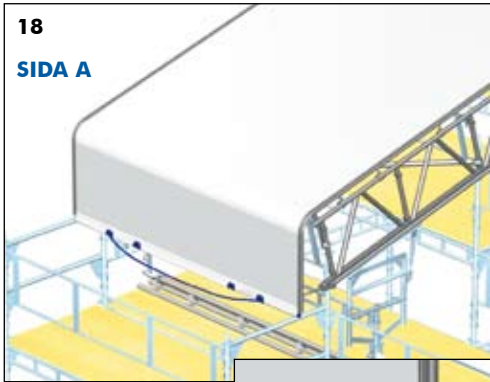
**17b.** För att underlätta inmatningen av HAKI Trak duken i skenorna, montera först en styring Trak duk i vardera skena.



Fortsätt att dra över duken tills att 100 till 300 mm av duken återstår utanför HAKI Trak skenorna på sida A.

**Ta bort rullkonsolerna på båda sidorna.**

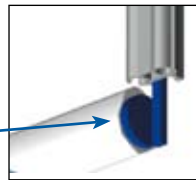
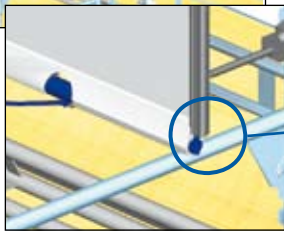




**18.** På sida A, skjut in duksträckaren genom dukfickan.

Drag i duken så att duksträckarens tappar passas in i ändarna på HAKI Trak skenorna.

Montera spännband mellan öglorna på duksträckaren så att den hålls kvar i dukfickan.



**19.** På sida B, ta bort dragok och dragstång.

Skjut in duksträckarröret i dukfickan.

Montera spännband genom öglorna och runt duksträckarröret och duksträckaren.

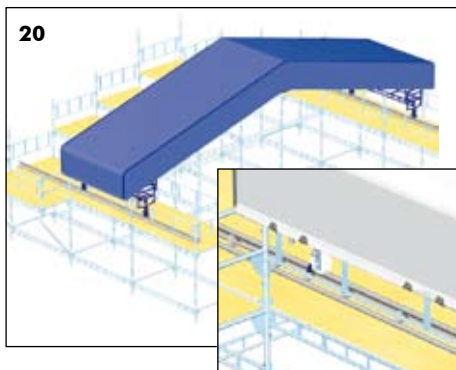
Passa in duksträckaren i ändarna på HAKI Trak skenorna.

Spänn duken med hjälp av spännbanden mellan rören.



**Det är viktigt att duken blir ordentligt spänd.**

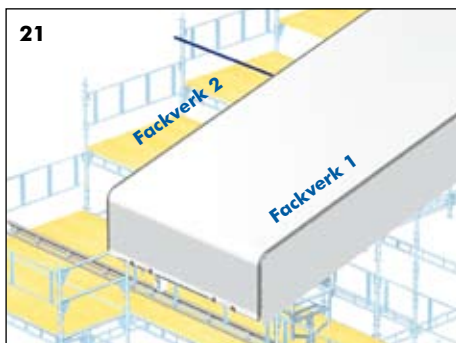
## Utrullning



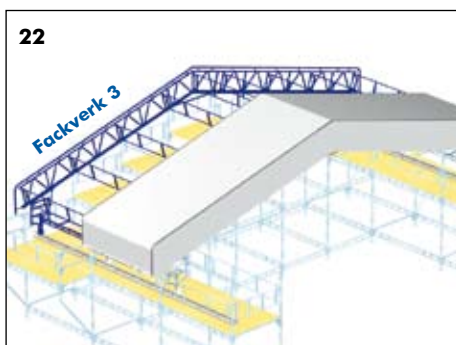
**20.** Frigör de tillfälliga fixeringarna i fackverk och hjulställ. Flytta låskopplingarna framåt längs rullbanan.

Rulla hela takkonstruktionen tills fackverk 2 befinner sig vid gavelställningens framkant.

**Montera låskopplingarna på rullbanan så att konstruktionen inte kan rulla längre än avsett.**



**21.** Montera horisontella rör på gavelställningens spiror på undersidan av fackverk 2. Dessa kommer att fungera som upplagsbockar för efterföljande fackverk.



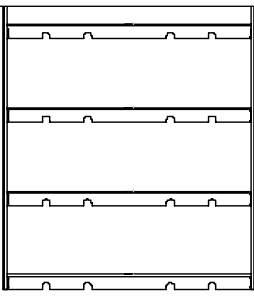
**22.** Upprepa steg 6 till 19 för resten av takkonstruktionen. Ytterligare diagonalstag monteras endast i omfattning enligt konstruktionshandlingarna.

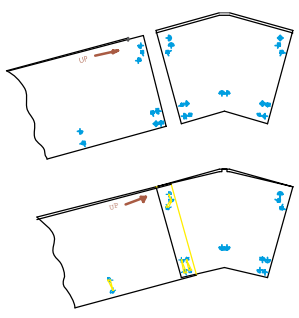
**Klämbeslagen på fackverksupplagen på fackverk 2 spänns ordentligt före utrullning.**

**Om konstruktionshandlingarna föreskriver ytterligare förankringsåtgärder, måste dessa utföras innan ytterligare montering påbörjas. Detta gäller också om den inte fullt färdiga konstruktionen måste lämnas över natten etc.**

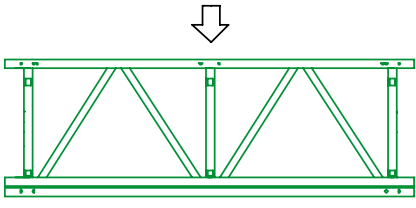


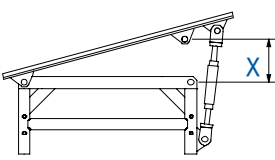

## Dukinformation

	<p><b>HAKI Trak duk</b></p> <p>Basmaterial: Polyester          Beläggning: Flexibel pvc på båda sidor          Vikt: 580 g/m<sup>2</sup>          Temperaturbeständighet: -20°C          Svårantändlig enligt BS.5438 2A (ingen låga eller efterglödning)</p>
---	---

<p><b>HAKI Trak gavelkappa</b></p> <p>Montera gavelkappa nock och fäst den vertikalt på fackverksvinkeln med hjälp av buntband eller motsvarande.</p> <p>Skjut in nästa hela gavelkappa med den urklippta kanten först.</p> <p>Passa ihop kapporna så att den överlappande fliken är nedåt. Fäst på fackverket genom öljetterna med buntband eller mosvarande. Gör likadant med alla gavelkappor längs gaveln.</p>	
--	---

## Teknisk information

<p><b>HAKI Fackverk 750</b></p> <p>Avstyvas med skyddsräcksram minst varannan meter.</p> <p>Medelvikt = 7,5 kg/m</p> <p>Tillåtet böjmoment = 41,3 kNm</p> <p>Tillåten tvärkraft = 30 kN</p>	
---	--

<p><b>Fackverksupplag 750</b></p>  <p>för 15°  <math>X = 180</math> mm          för 22,5°  <math>X = 255</math> mm</p>	<p><b>HAKI Trak skena</b></p> <p>Vikt = 2,1 kg/m</p> 
--	--





## CHECKLISTA - Kontrollera före montage

1. Finns konstruktionshandlingar på plats?
2. Är stödställningen uppförd enligt konstruktionshandlingarna och klar att ta emot takkonstruktionen?
3. Finns rätt material på plats?
4. Är utrustningen i gott funktionsdugligt skick?
5. Finns rätt verktyg på plats?
6. Finns rätt säkerhetsutrustning på plats?
  - Säkerhetssele med dubbla linor med fast längd
  - Räddningsutrustning
7. Är det i planeringen hänsyn tagen till?
  - antalet ställningsbyggare
  - fördelningen av uppgifter
  - startposition för uppförandet
  - fördelning av utrustning

**HAKI Group är certifierat enligt ISO 9001:2000**

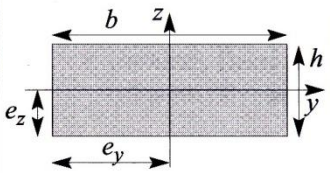
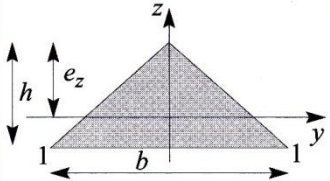
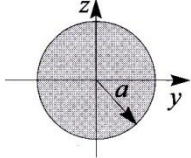
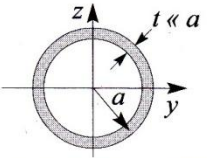
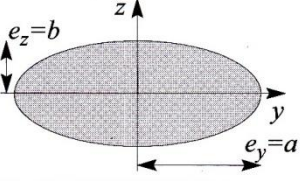
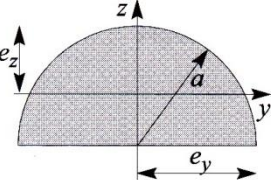


### HAKI AB

SE-280 63 Sibbhult, Sweden  
Tel +46 44 494 00 Fax +46 44 494 72

info@haki.se www.HAKI.com

## Bilaga B - Yttröghetsmoment

Tvärsnitt	Geometri		Böjning	
	Tyngdpunkt	Skjvcentrum	Elastisk	Plastisk
1. 	$A = bh$ $e_y = \frac{b}{2}$ $e_z = \frac{h}{2}$ $SC = TP$	$I_y = \frac{bh^3}{12}$ $W_{by} = \frac{bh^2}{6}$ $Z_{by} = \frac{bh^2}{4}$ $I_z = \frac{hb^3}{12}$ $W_{bz} = \frac{hb^2}{6}$ $Z_{bz} = \frac{hb^2}{4}$		
2. 	$A = \frac{bh}{2}$ $e_y^{TP} = \frac{b}{2}$ $e_z^{TP} = \frac{2h}{3}$ $SC \approx TP$	$I_y = \frac{bh^3}{36}$ $W_{by} = \frac{bh^2}{24}$ $Z_{by} = \frac{bh^2}{3} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ $I_z = \frac{hb^3}{48}$ $W_{bz} = \frac{hb^2}{24}$ $Z_{bz} = \frac{hb^2}{12}$ $I_{1-1} = \frac{bh^3}{12}$		
3. 	$A = \pi a^2$ $SC = TP$	$I = \frac{\pi a^4}{4}$ $W_b = \frac{\pi a^3}{4}$ $Z_b = \frac{4a^3}{3}$		
4. 	$A = 2\pi at$ $SC = TP$ $a = \text{medelradien}$	$I_y = \pi a^3 t$ $W_{by} = \pi a^2 t$ $Z_{by} = 4a^2 t$		
5. 	$A = \pi ab$ $SC = TP$	$I_y = \frac{\pi ab^3}{4}$ $W_{by} = \frac{\pi ab^2}{4}$ $Z_{by} = \frac{4ab^3}{3}$ $I_z = \frac{\pi a^3 b}{4}$ $W_{bz} = \frac{\pi a^2 b}{4}$ $Z_{bz} = \frac{4a^2 b}{3}$		
6. 	$A = \frac{\pi a^2}{2}$ $e_y^{TP} = a$ $e_z^{TP} = a - \frac{4a}{3\pi} = 0,576a$ $e_z^{SC} = 0,510a$ [ref]	$I_y = a^4 \left( \frac{\pi}{8} - \frac{8}{9\pi} \right)$ $W_{by} = 0,191a^3$ $I_z = \frac{\pi a^4}{8}$ $W_{bz} = \frac{\pi a^3}{8}$ $Z_{bz} = \frac{4\pi a^3}{6}$		

Figur B.1. Tabell över vanligt förekommande tvärsnitt och deras yttröghetsmoment från KTHs Handbok och formelsamling i Hållfasthetslära.

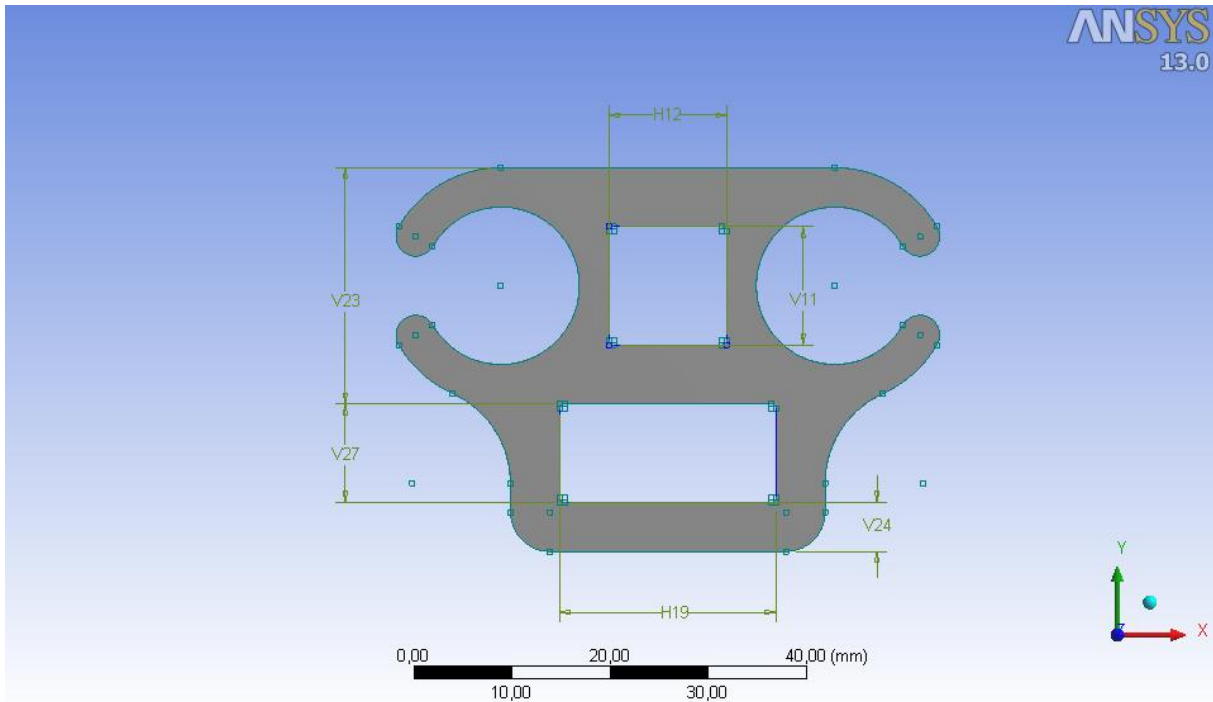
## Bilaga C – Eulers knäckningsfall

Eulers knäckningsfall nr	1	2	3	4	5
Knäckningsfigur					
Randvillkor vid A	fri	länklagrad	länklagrad	fast inspänd	fast inspänd i vagn
Randvillkor vid B	fast inspänd	länklagrad	fast inspänd	fast inspänd	fast inspänd
Knäckkraft $P_k$	$\frac{\pi^2 EI}{4l^2}$	$\frac{\pi^2 EI}{l^2}$	$\frac{2,05\pi^2 EI}{l^2}$	$\frac{4\pi^2 EI}{l^2}$	$\frac{\pi^2 EI}{l^2}$
$l_f = \pi \sqrt{\frac{EI}{P_k}}$	$2l$	$l$	$0,70l$	$0,5l$	$l$
$\gamma = nl = \pi \frac{l}{l_f}$	$0,5\pi = 1,57$	$\pi = 3,14$	$1,43\pi = 4,49$	$2\pi = 6,28$	$\pi = 3,14$
$l_{f, \text{rek}}$	$2,1l$	$l$	$0,8l$	$0,6l$	$1,2l$

Figur C.1. Tabell över Eulers fem knäckningsfall från KTHs Handbok och formelsamling i Hållfasthetslära.

# Bilaga D – Optimering av profiler

## Profil 1



Figur D.1. Optimeringsparametrar för profil 1.

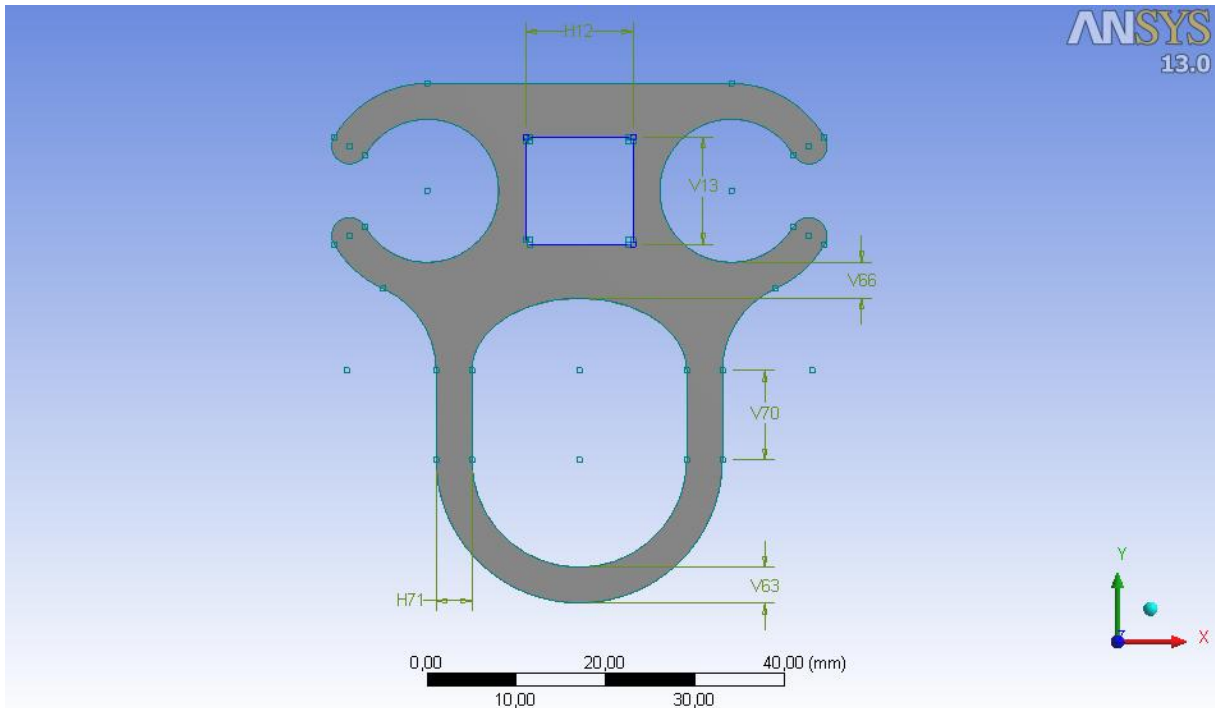
Tabell D.1. Parametrarnas gränser för profil 1.

Parameter	Min	Max
H12	1,5	12
H19	1,5	24
V11	1,5	16
V23	24	30
V24	4	10
V27	8,5	80

Tabell D.2. De optimala värdena på parametrarna för profil 1. De markerade värdena används i fackverksoptimeringen.

Responsmetod	H12	H19	V11	V23	V24	V27	m (kg/m)	$\sigma_b$ (MPa)	$\sigma_v$ (MPa)
Full 2nd-order Polynomials	10,8	21,3	15,0	26,9	8,4	56,2	4,5	168	2088
Kriging	9,8	22,1	14,7	26,0	4,2	76,8	4,6	156	2539
Non-Parametric Regression	7,4	16,3	11,3	24,9	8,7	38,9	4,6	220	1626

## Profil 3



Figur D.2. Optimeringsparametrar för profil 3.

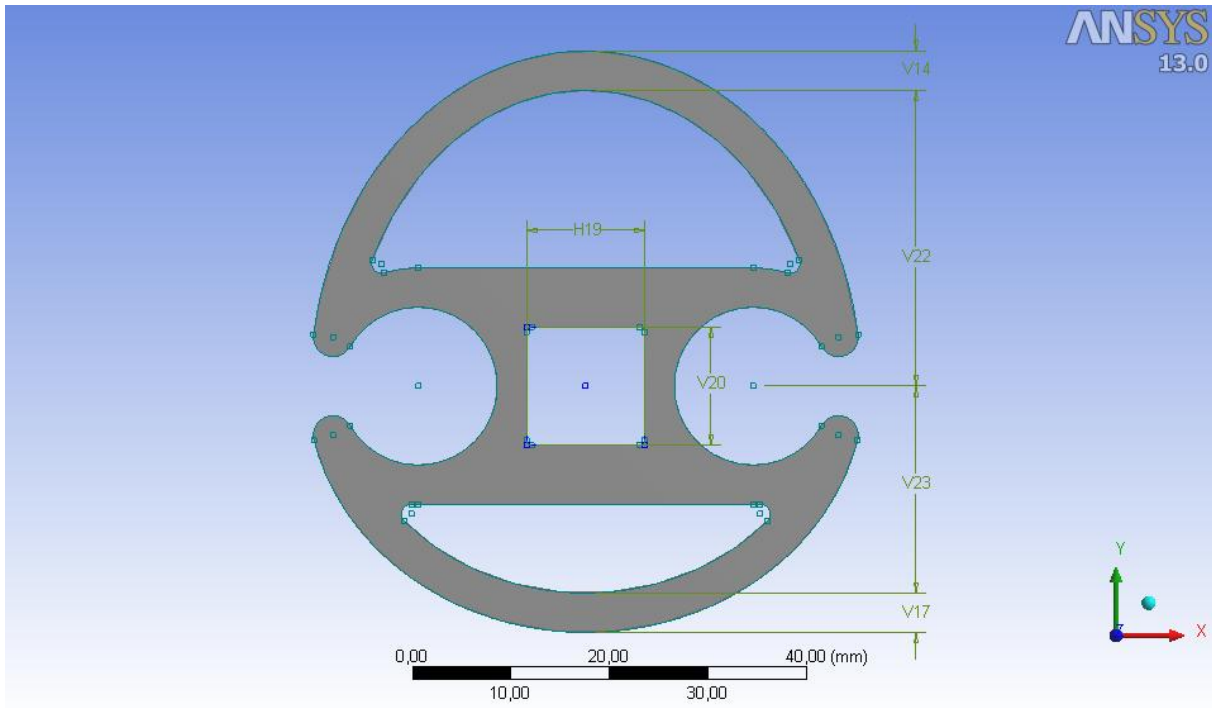
Tabell D.3. Parametrarnas gränser för profil 3.

Parameter	Min	Max
H12	1,5	12
H71	4	15,5
V13	1,5	16
V63	4	15,5
V66	4	12
V70	0,5	60

Tabell D.4. De optimala värdena på parametrarna för profil 3. De markerade värdena används i fackverksoptimeringen.

Responsmetod	H12	H71	V13	V63	V66	V70	m (kg/m)	$\sigma_b$ (MPa)	$\sigma_v$ (MPa)
Full 2nd-order Polynomials	4,9	4,1	3,5	15,3	7,1	31,1	4,5	211	1595
Kriging	11,4	4,4	9,5	6,1	4,5	58,9	4,4	180	2327
Non-Parametric Regression	7,0	4,6	6,1	10,5	9,3	29,2	4,3	262	815

## Profil 6



Figur D.3. Optimeringsparametrar för profil 6.

Tabell D.5. Parametrarnas gränser för profil 6.

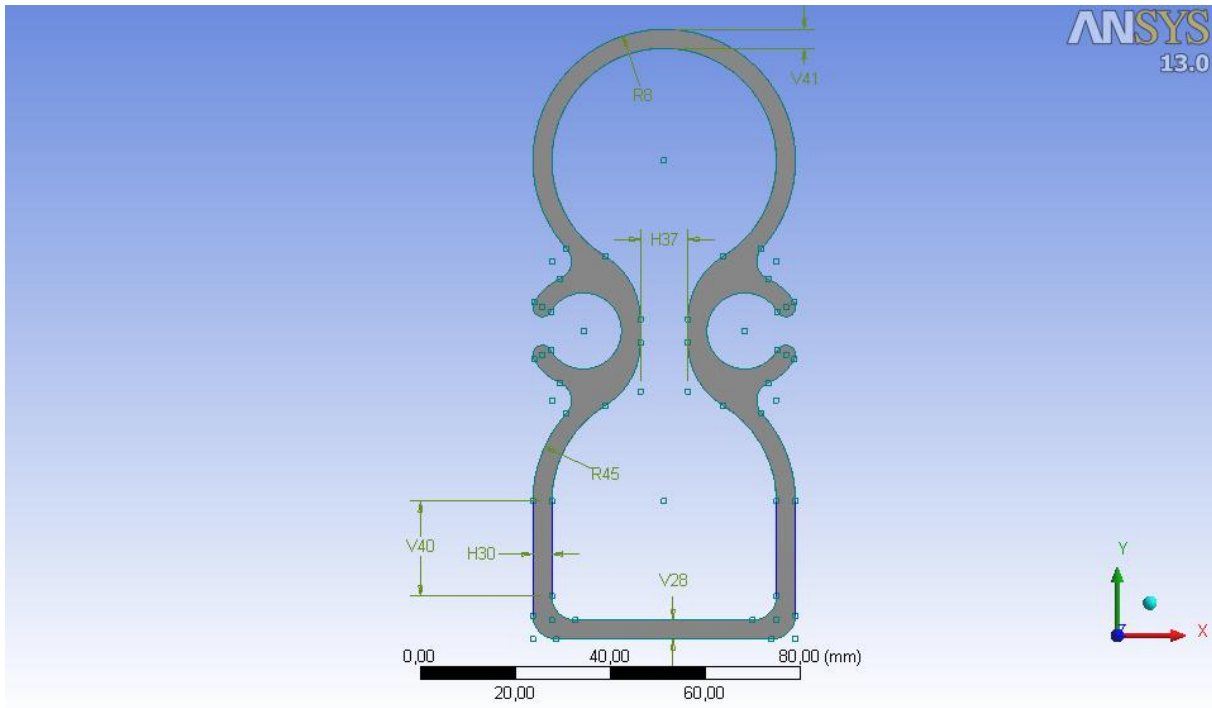
Parameter	Min	Max
H19	1,5	12
V14	4	10
V17	4	10
V20	1,5	16
V22	21	50
V23	21	50

Tabell D.6. De optimala värdena på parametrarna för profil 6. De markerade värdena används i fackverksoptimeringen.

Responsmetod	H19	V14	V17	V20	V22	V23	m (kg/m)	$\sigma_b$ (MPa)	$\sigma_v$ (MPa)
Full 2nd-order Polynomials	11,7	5,7	6,3	13,5	45,1	49,9	4,5	193	1640
Kriging	11,7	5,7	6,3	13,5	45,1	49,9	4,5	193	1640
Non-Parametric Regression	5,2	5,1	7,8	9,1	34,0	40,9	4,6	237	1132



## Profil 9



Figur D.4. Optimeringsparametrar för profil 9.

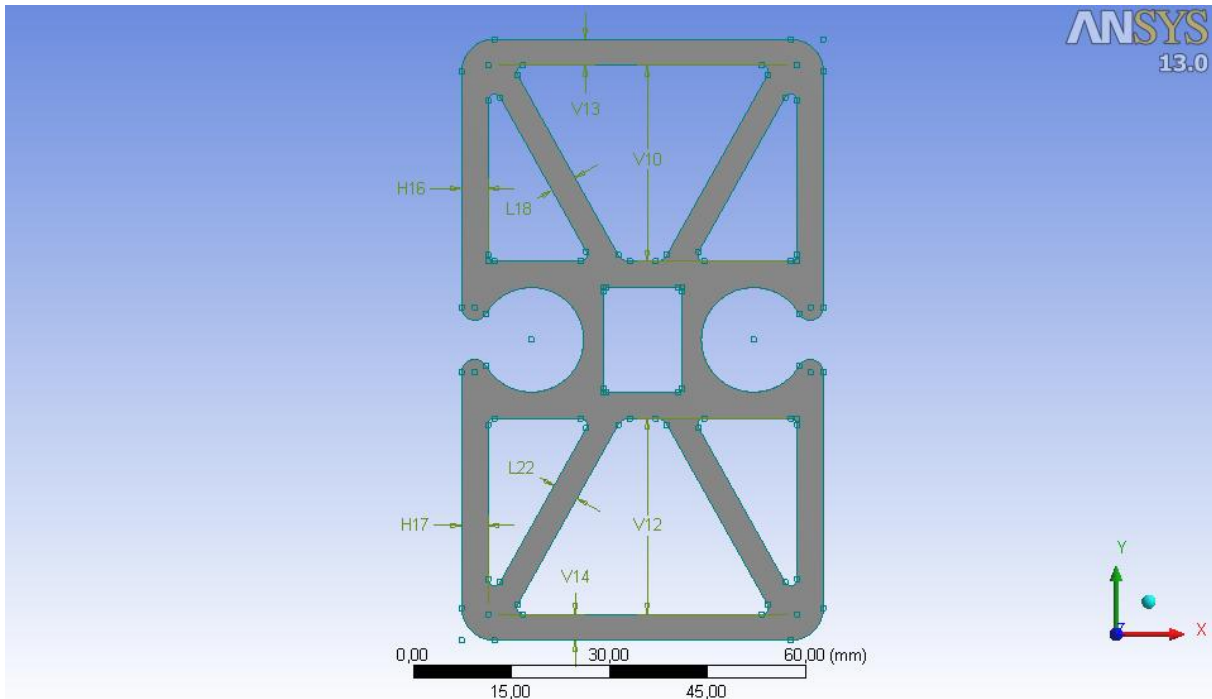
Tabell D.7. Parametrarnas gränser för profil 9.

Parameter	Min	Max
H30	4	6
H37	6	10
R8	20	27,66
R45	20	27,66
V28	4	6
V40	1	25
V41	4	6

Tabell D.8. De optimala värdena på parametrarna för profil 9. De markerade värdena används i fackverksoptimeringen.

Responsmetod	H30	H37	R8	R45	V28	V40	V41	m (kg/m)	$\sigma_b$ (MPa)	$\sigma_v$ (MPa)
Full 2nd-order Polynomials	4,3	9,8	20,0	24,5	4,1	21,3	4,8	4,6	157	1505
Kriging	4,3	9,8	20,0	24,5	4,1	21,3	4,8	4,6	157	1505
Non-Parametric Regression	4,3	7,9	22,1	22,7	4,7	9,8	4,6	4,5	188	1325

## Profil 11



Figur D.5. Optimeringsparametrar för profil 11.

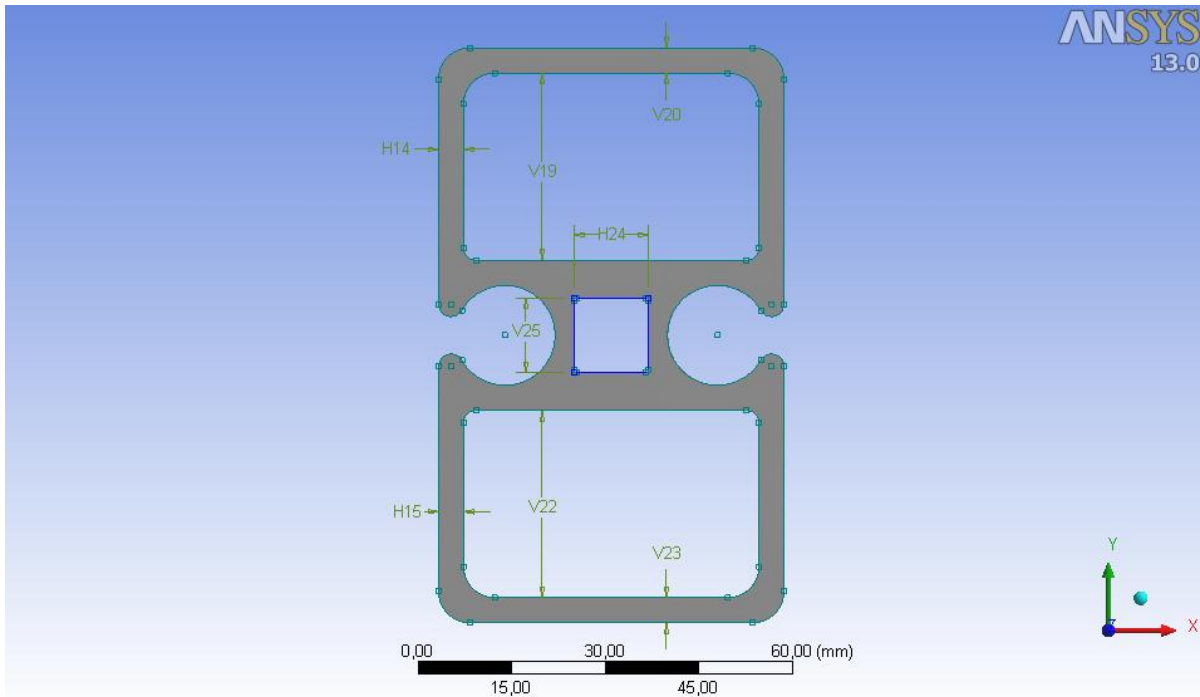
Tabell D.9. Parametrarnas gränser för profil 11.

Parameter	Min	Max
H16	4	4,5
H17	4	4,5
L18	4	4,5
L22	4	4,5
V10	10	11
V12	10	11
V13	4	4,5
V14	4	4,5

Tabell D.10. De optimala värdena på parametrarna för profil 11. De markerade värdena används i fackverksoptimeringen.

Responsmetod	H16	H17	L18	L22	V10	V12	V13	V14	m (kg/m)	$\sigma_b$ (MPa)	$\sigma_v$ (MPa)
Full 2nd-order Polynomials	4,1	4,3	4,1	4,1	10,8	10,8	4,2	4,3	4,6	273	1039
Kriging	4,1	4,3	4,1	4,1	10,8	10,8	4,2	4,3	4,6	273	1039
Non-Parametric Regression	4,1	4,4	4,2	4,3	10,7	10,6	4,2	4,1	4,6	276	1087

## Profil 15 Hole



Figur D.6. Optimeringsparametrar för profil 15 Hole.

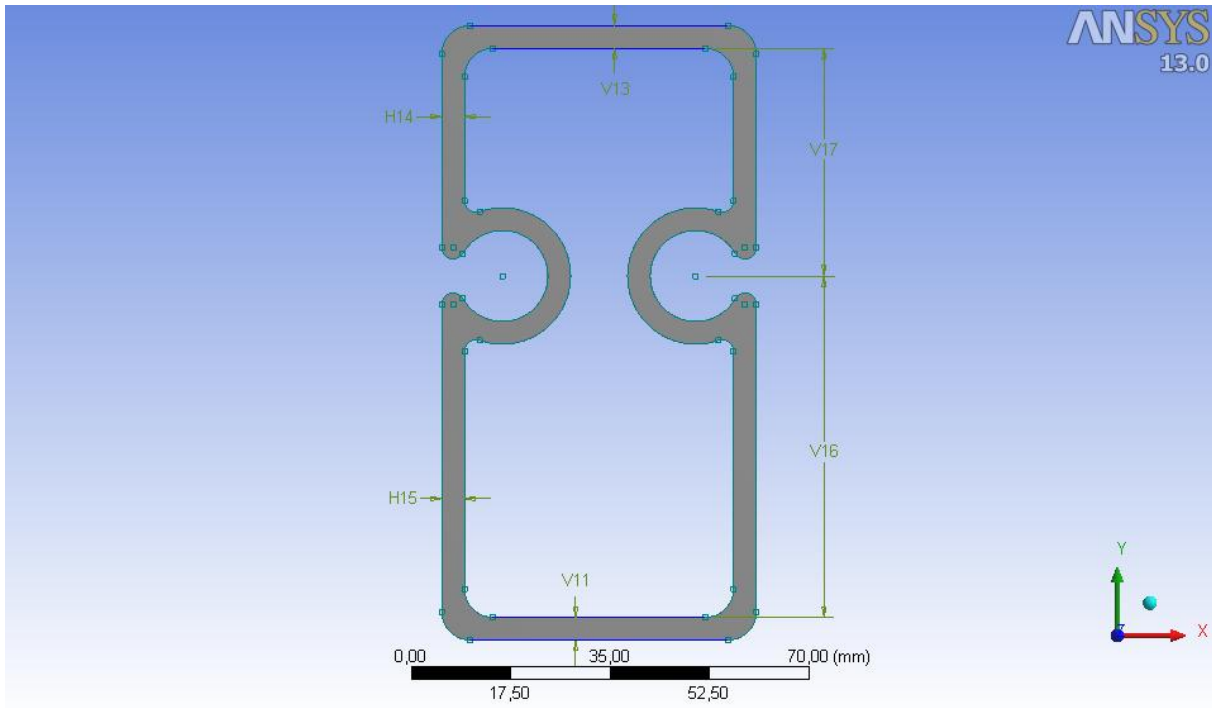
Tabell D.11. Parametrarnas gränser för profil 15 Hole.

Parameter	Min	Max
H14	4	5
H15	4	5
H24	10	12
V19	7,5	30
V20	4	6
V22	7,5	30
V23	4	6
V25	10	16

Tabell D.12. De optimala värdena på parametrarna för profil 15 Hole. De markerade värdena används i fackverksoptimeringen.

Responsmetod	H14	H15	H24	V19	V20	V22	V23	V25	m (kg/m)	$\sigma_b$ (MPa)	$\sigma_v$ (MPa)
Full 2nd-order Polynomials	4,1	4,2	10,2	27,0	4,2	23,1	5,0	15,7	4,6	189	2039
Kriging	4,1	4,2	10,2	27,0	4,2	23,1	5,0	15,7	4,6	189	2039
Non-Parametric Regression	4,0	4,7	11,4	25,7	4,4	22,2	4,5	14,3	4,5	197	1347

## Profil 15 No Hole



Figur D.7. Optimeringsparametrar för profil 15 No Hole.

Tabell D.13. Parametrarnas gränser för profil 15 No Hole.

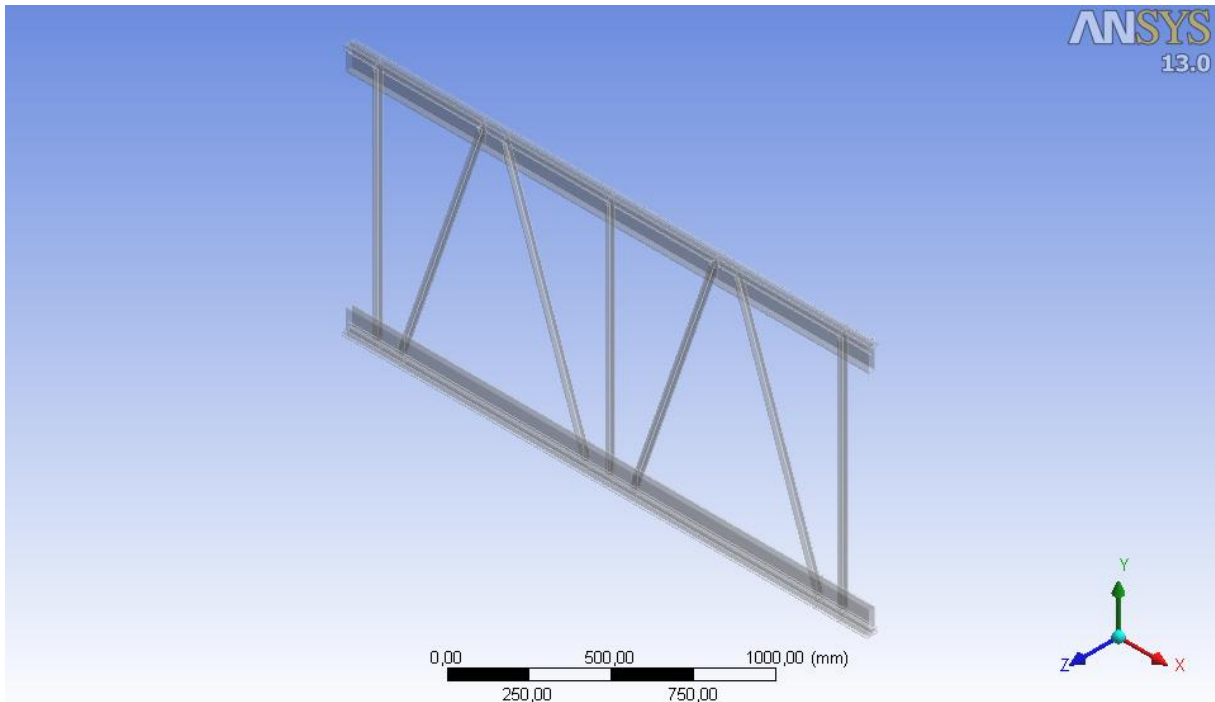
Parameter	Min	Max
H14	4	10
H15	4	10
V11	4	10
V13	4	10
V16	18,5	70
V17	18,5	70

Tabell D.14. De optimala värdena på parametrarna för profil 15 No Hole. De markerade värdena används i fackverksoptimeringen.

Responsmetod	H14	H15	V11	V13	V16	V17	m (kg/m)	$\sigma_b$ (MPa)	$\sigma_v$ (MPa)
Full 2nd-order Polynomials	5,1	4,3	5,3	4,3	60,9	30,5	4,6	135	1218
Kriging	4,1	4,9	5,0	9,0	56,7	64,8	6,0	76	997
Non-Parametric Regression	4,9	5,3	5,5	5,2	29,5	34,7	4,2	202	1476

# Bilaga E – Optimering av fackverk

## Fackverk 1

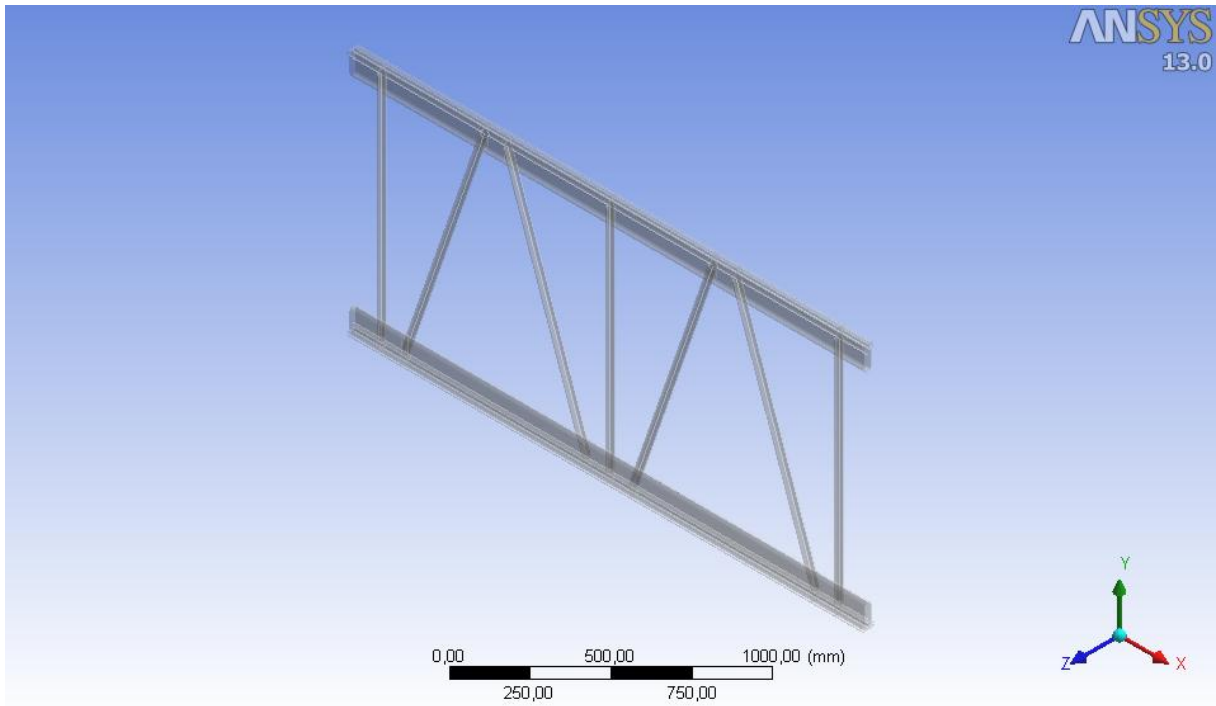


Figur E.1. Linjmodell av fackverk 1 med tilldelade tvärsnitt.

Tabell E.1. Optimeringskandidater enligt Kriging för fackverk 1.

h (mm)	m (kg)	$\sigma_{Top}$ (MPa)	$\sigma_{Bot}$ (MPa)	$\sigma_{Vert/Diag}$ (MPa)
1194	27,9	129	149	159
1124	27,5	129	149	161
1054	27,1	129	150	163

## Fackverk 3

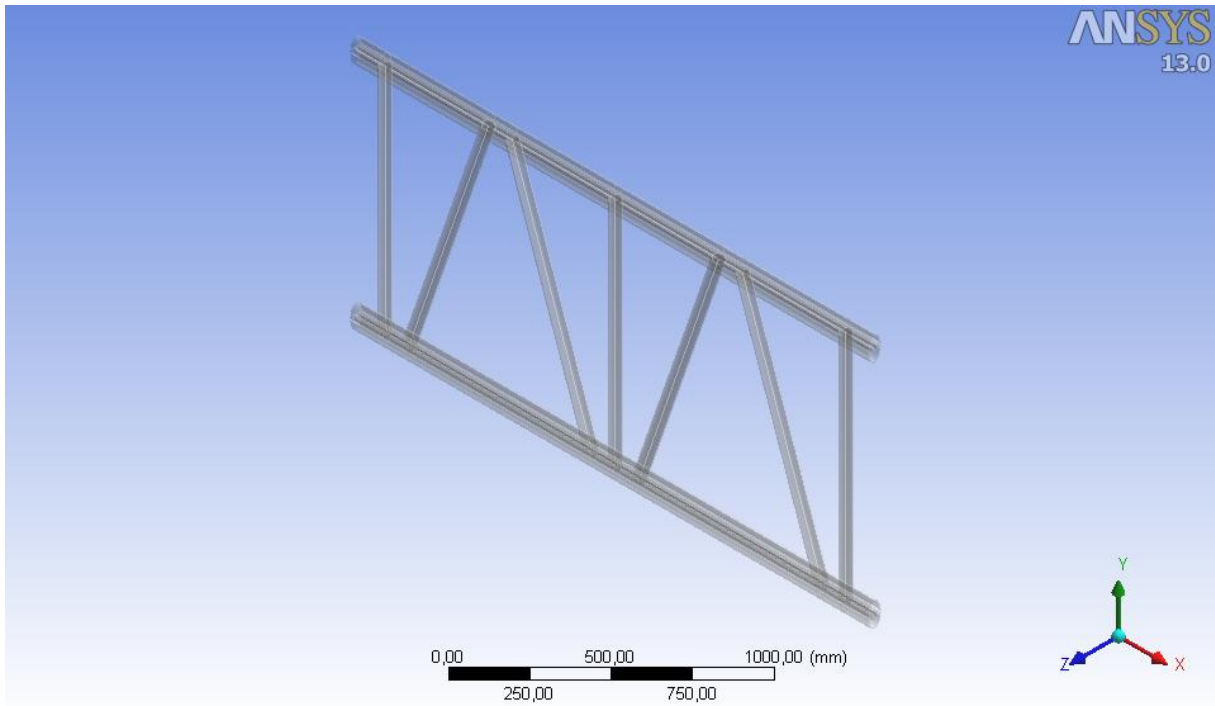


*Figur E.2. Linjemodell av fackverk 3 med tilldelade tvärsnitt.*

*Tabell E.2. Optimeringskandidater enligt Kriging för fackverk 3.*

h (mm)	m (kg)	$\sigma_{Top}$ (MPa)	$\sigma_{Bot}$ (MPa)	$\sigma_{Vert/Diag}$ (MPa)
1195	27,3	140	162	163
1125	26,9	140	163	165
1055	26,4	141	164	167

## Fackverk 6

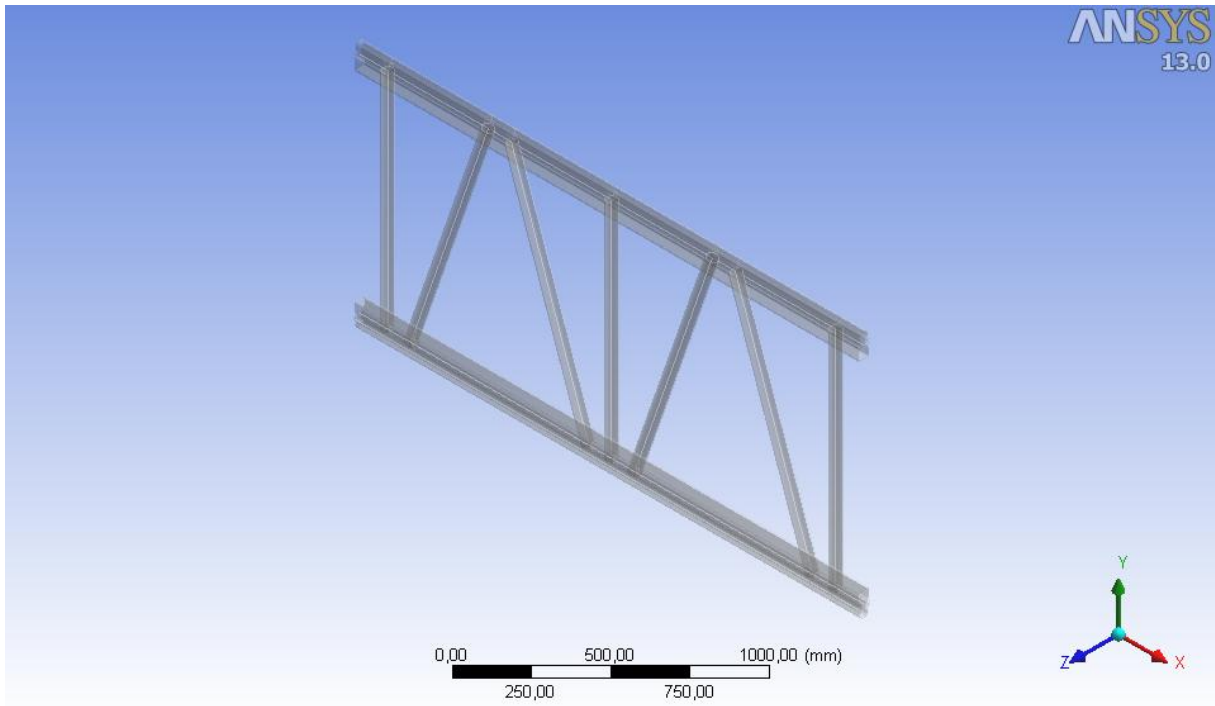


Figur E.3. Linjemodell av fackverk 6 med tilldelade tvärsnitt.

Tabell E.3. Optimeringskandidater enligt Kriging för fackverk 6.

h (mm)	m (kg)	$\sigma_{Top}$ (MPa)	$\sigma_{Bot}$ (MPa)	$\sigma_{Vert/Diag}$ (MPa)
810	30,0	128	152	141
778	29,7	128	152	142
747	29,4	129	152	143

## Fackverk 9



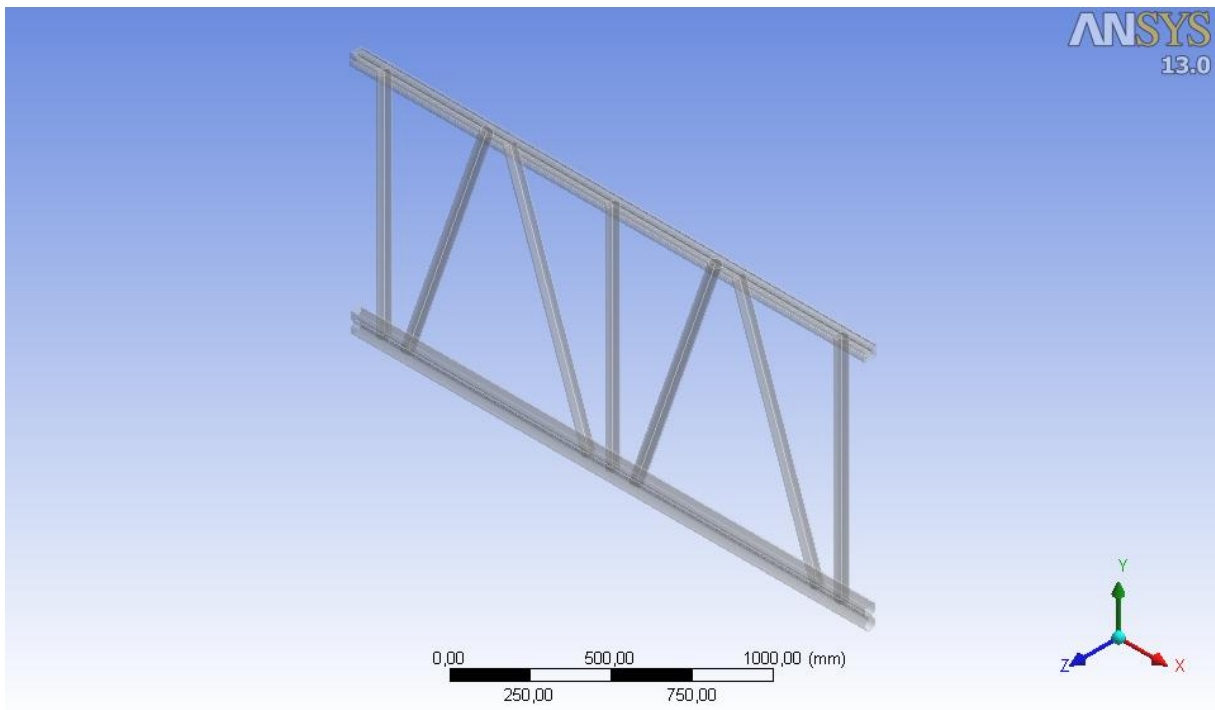
*Figur E.4. Linjemodell av fackverk 9 med tilldelade tvärsnitt.*

*Tabell E.4. Optimeringskandidater enligt Kriging för fackverk 9.*

h (mm)	m (kg)	$\sigma_{Top}$ (MPa)	$\sigma_{Bot}$ (MPa)	$\sigma_{Vert/Diag}$ (MPa)
832	30,0	108	127	134
799	29,6	108	128	135
765	29,3	109	128	136



# Fackverk 11

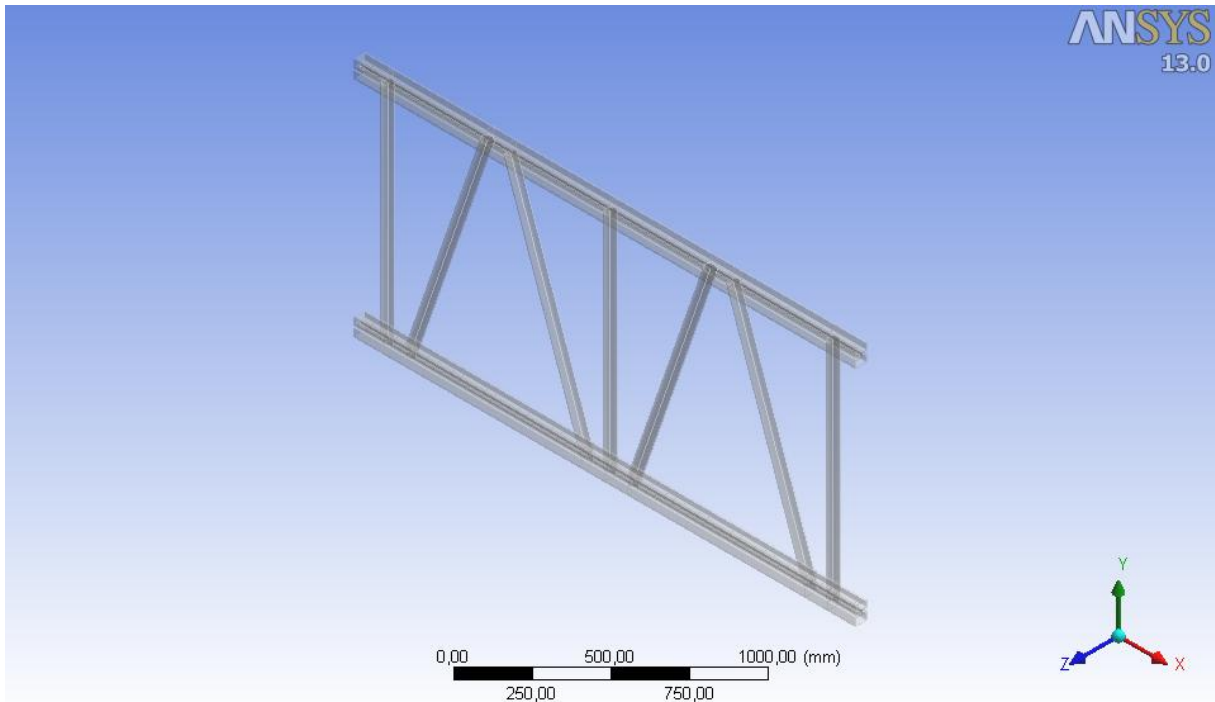


*Figur E.5. Linjemodell av fackverk 11 med tilldelade tvärsnitt.*

*Tabell E.5. Optimeringskandidater enligt Kriging för fackverk 11.*

h (mm)	m (kg)	$\sigma_{Top}$ (MPa)	$\sigma_{Bot}$ (MPa)	$\sigma_{Vert/Diag}$ (MPa)
1130	30,0	159	177	147
500	23,5	154	176	172
1067	29,3	159	177	148

## Fackverk 15 Hole

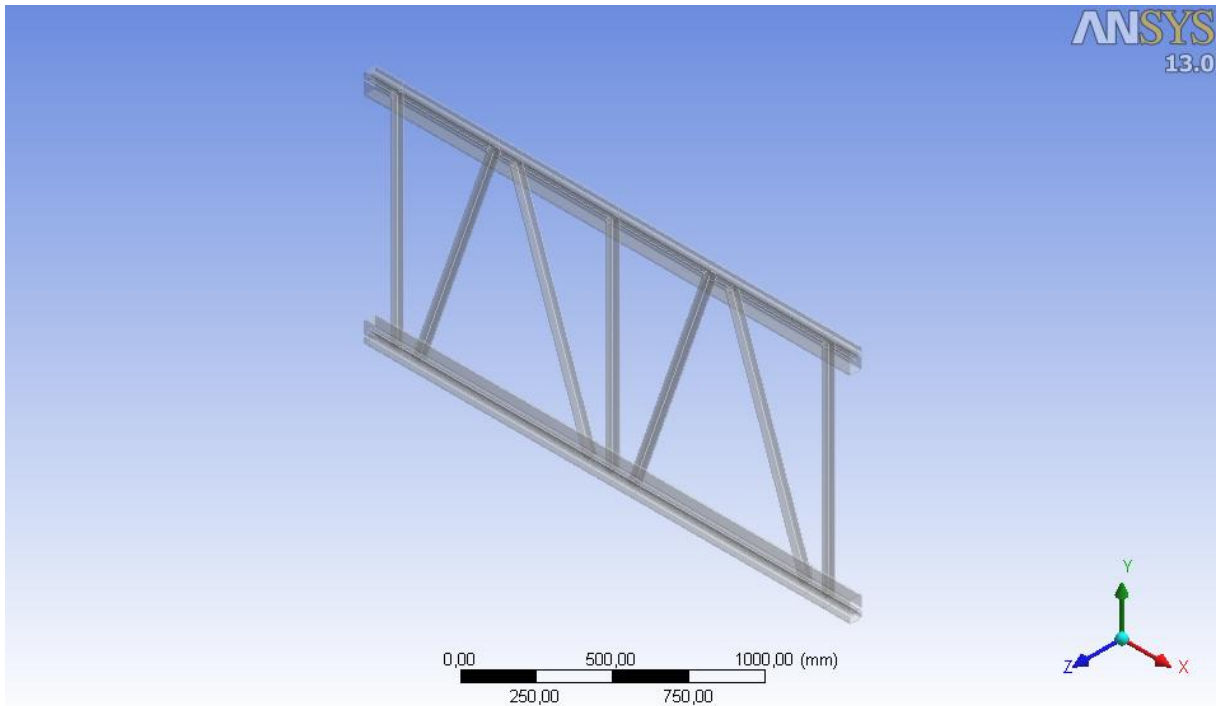


*Figur E.6. Linjemodell av fackverk 15 Hole med tilldelade tvärsnitt.*

*Tabell E.6. Optimeringskandidater enligt Kriging för fackverk 15 Hole.*

h (mm)	m (kg)	$\sigma_{Top}$ (MPa)	$\sigma_{Bot}$ (MPa)	$\sigma_{Vert/Diag}$ (MPa)
817	30,0	127	151	149
785	29,7	127	151	150
752	29,3	127	151	151

## Fackverk 15 No Hole

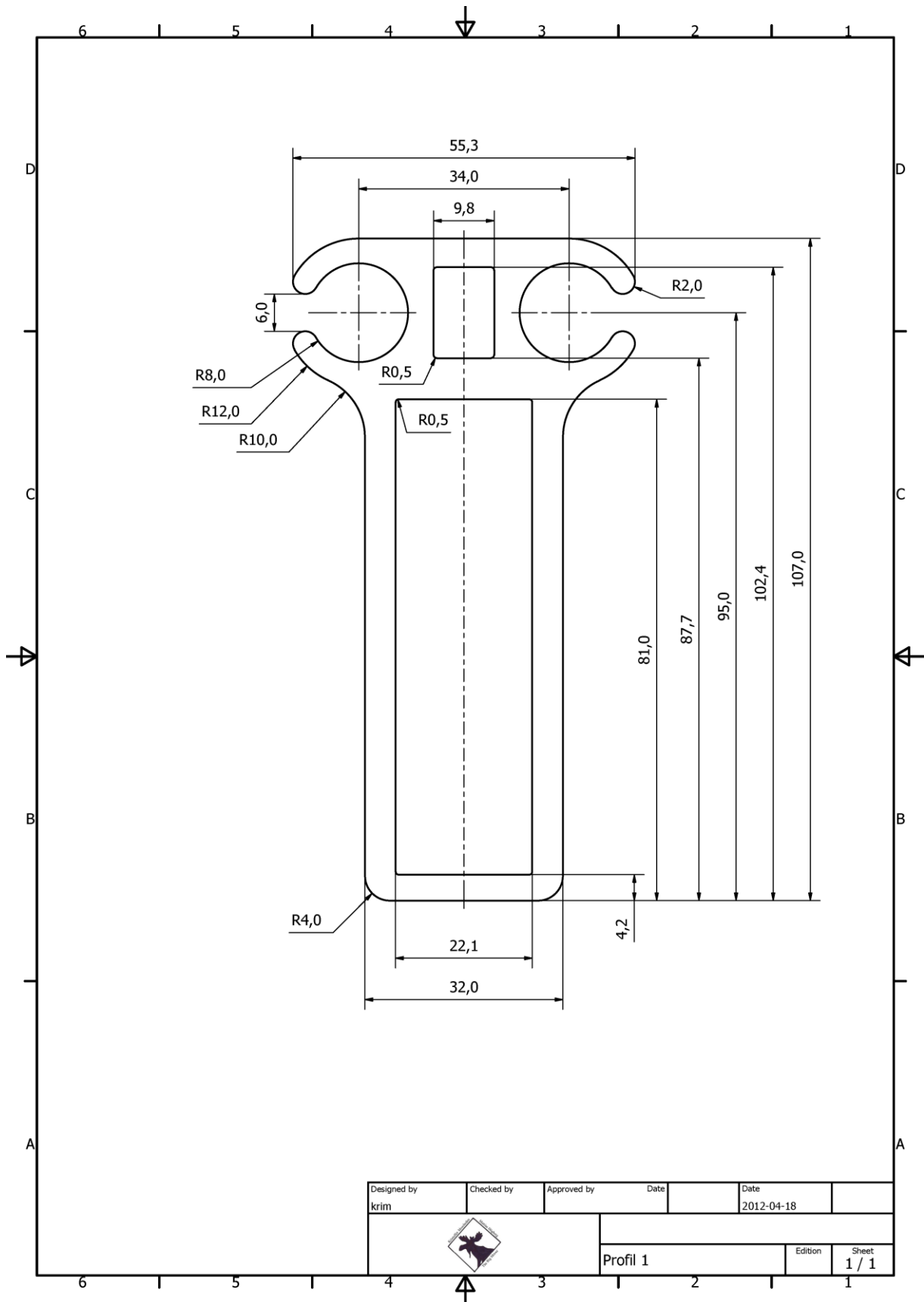


*Figur E.7. Linjemodell av fackverk 15 No Hole med tilldelade tvärsnitt.*

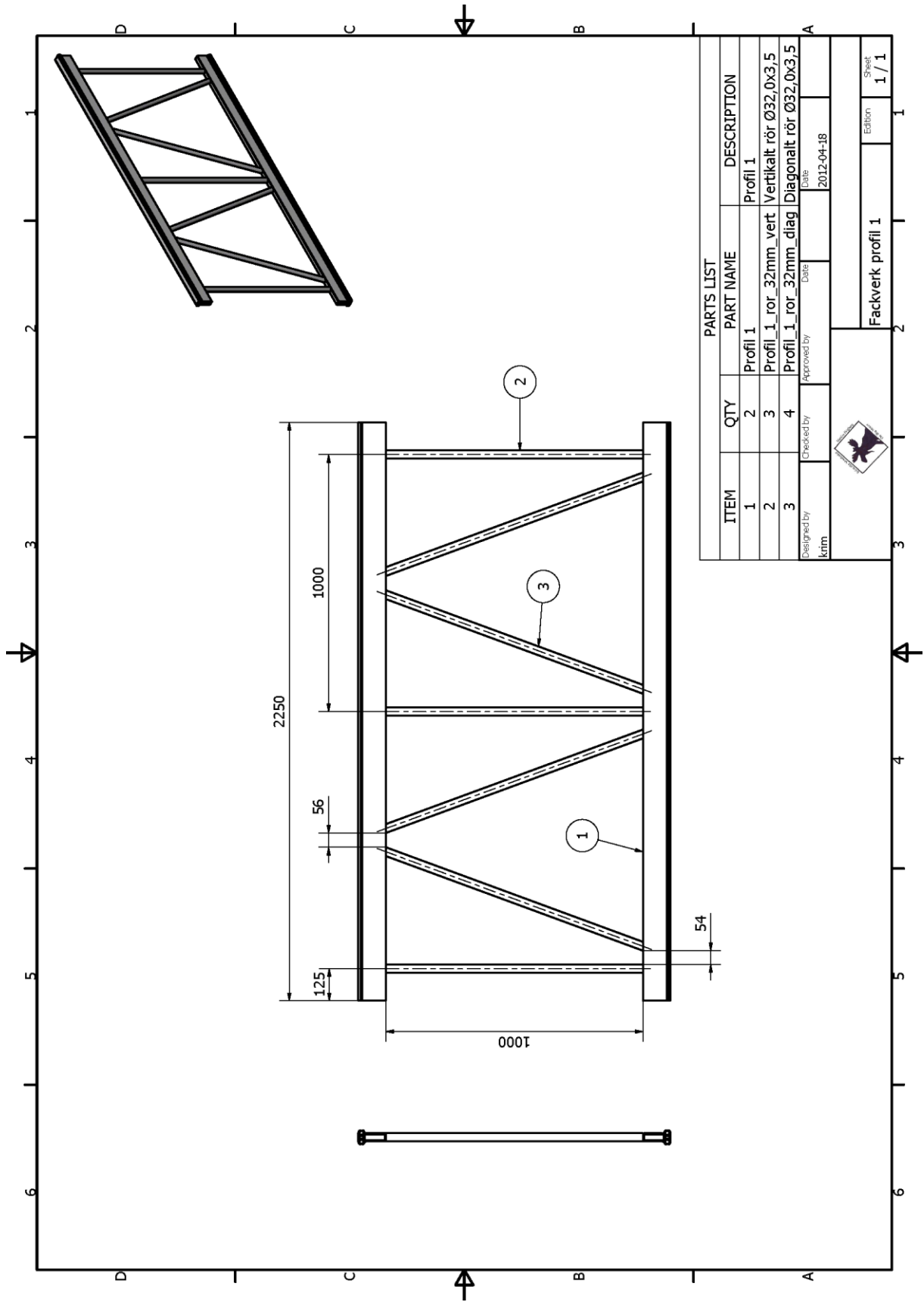
*Tabell E.7. Optimeringskandidater enligt Kriging för fackverk 15 No Hole.*

h (mm)	m (kg)	$\sigma_{Top}$ (MPa)	$\sigma_{Bot}$ (MPa)	$\sigma_{Vert/Diag}$ (MPa)
824	30,0	93	109	128
791	29,7	93	110	129
758	29,3	94	110	130

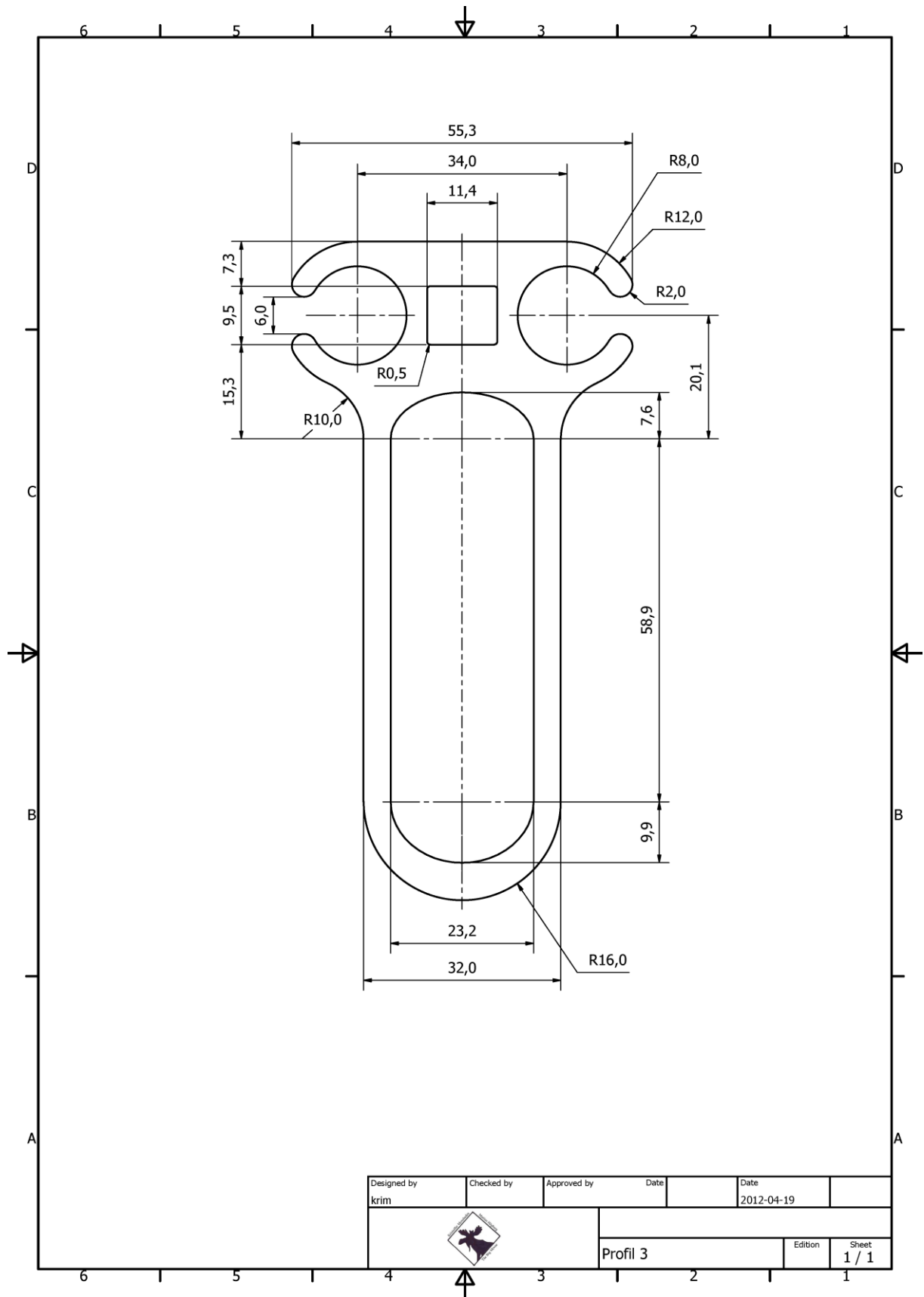
# Bilaga F – Ritningar av profiler och fackverk




Figur F.1. Ritning av profil 1.

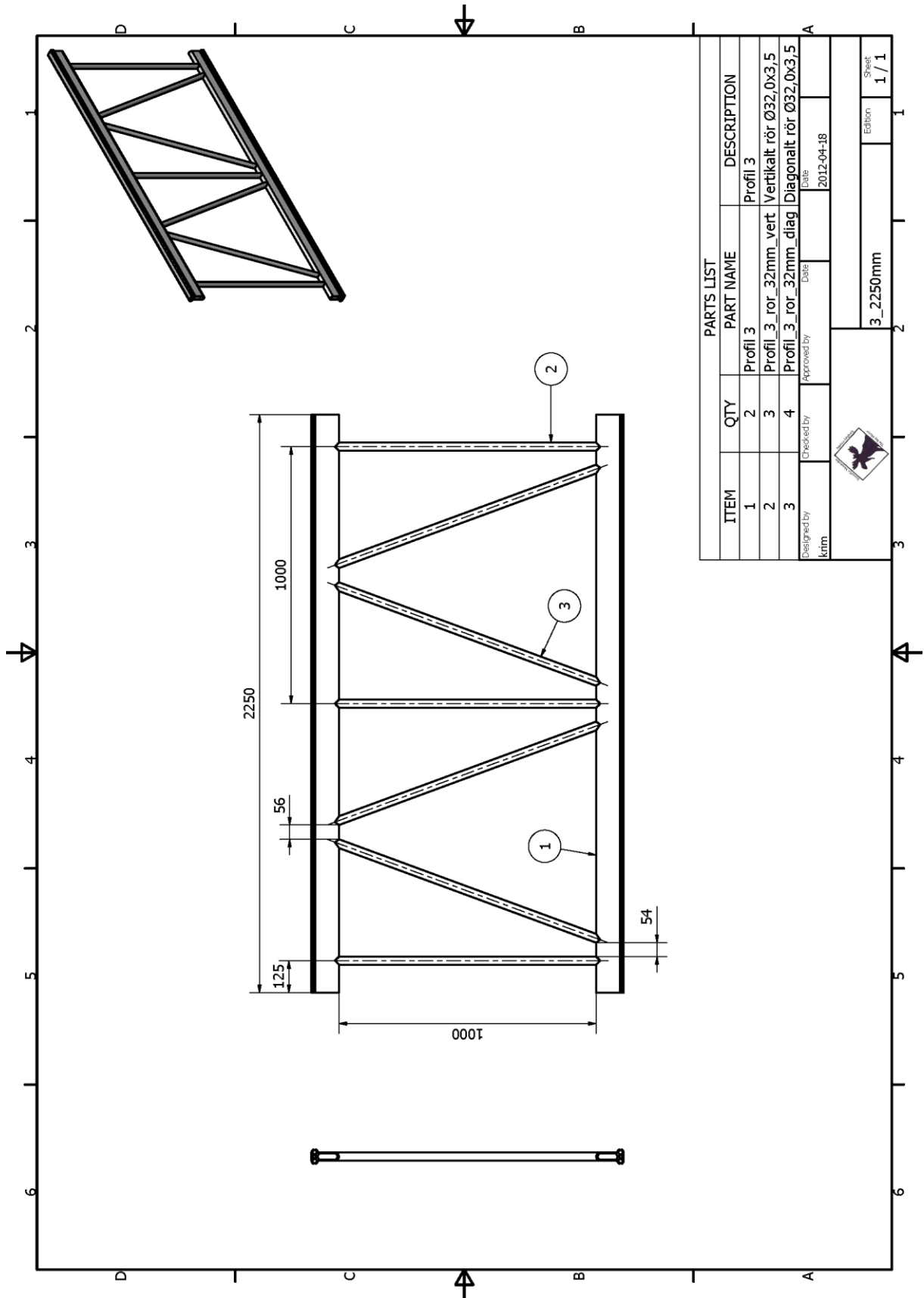


Figur F.2. Ritning av fackverk 1.

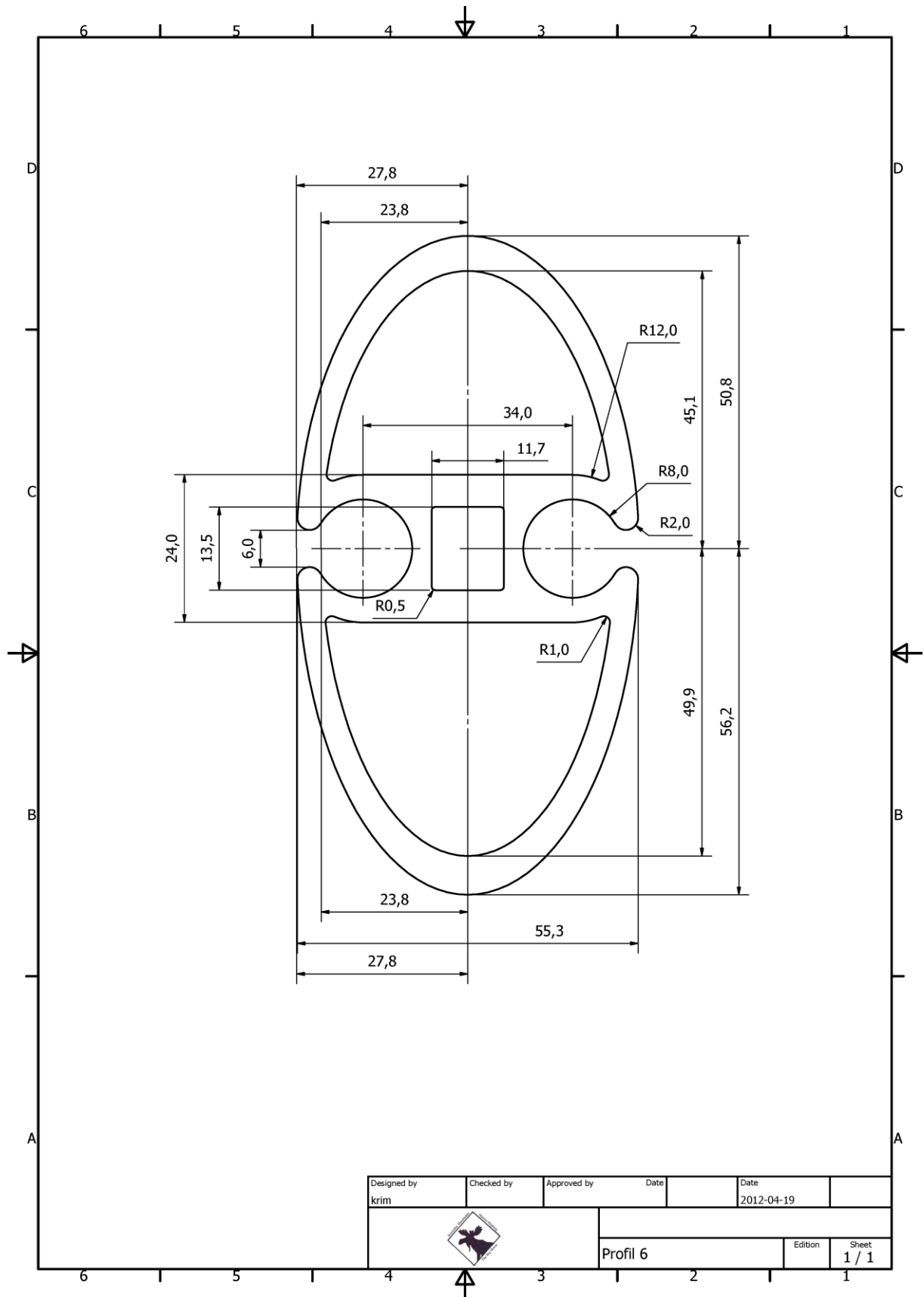


Designed by krim	Checked by	Approved by	Date	Date	
				2012-04-19	
			Profil 3		Edition
					Sheet 1 / 1

Figur F.3. Ritning av profil 3.

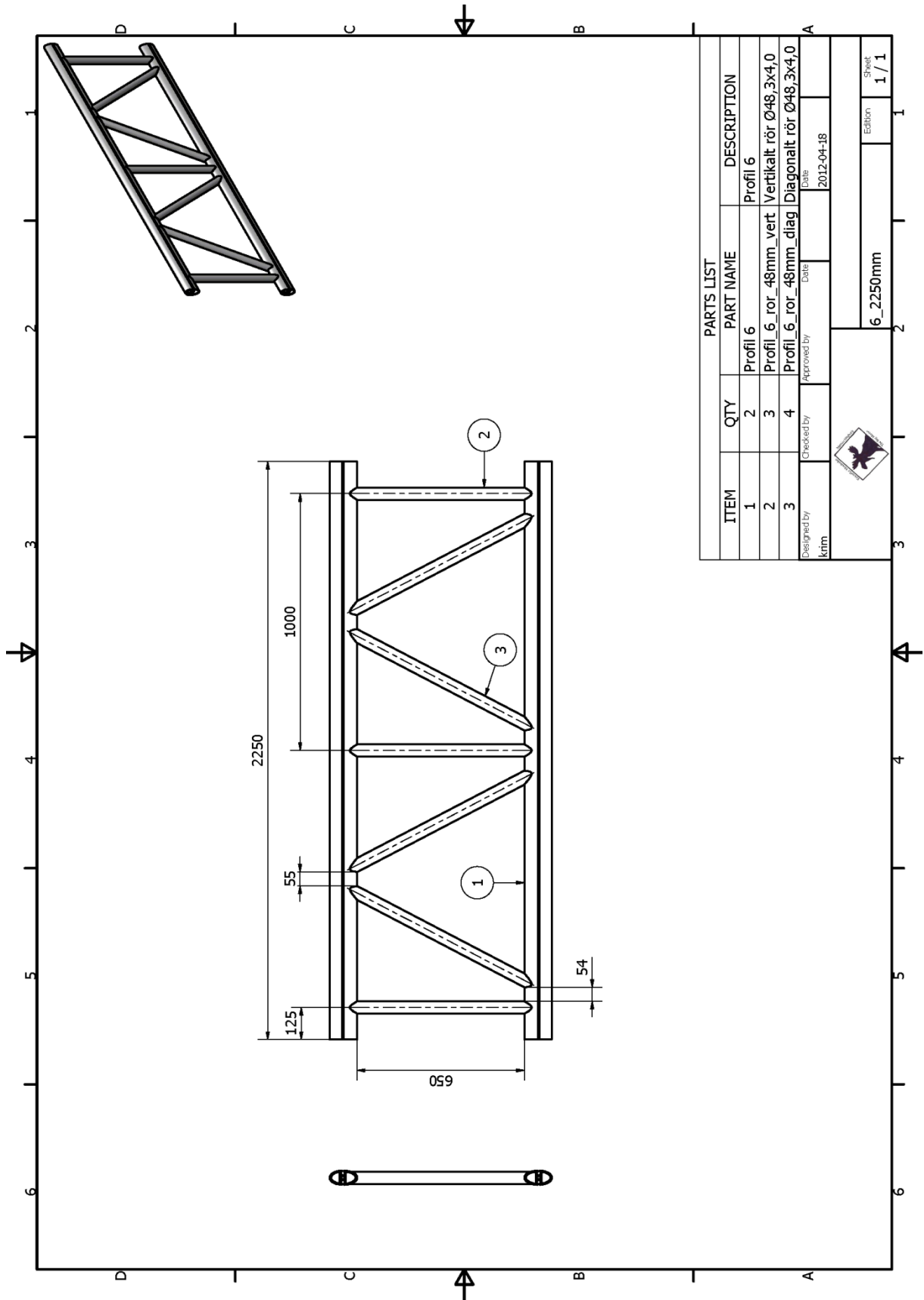


Figur F.4. Ritning av fackverk 3.



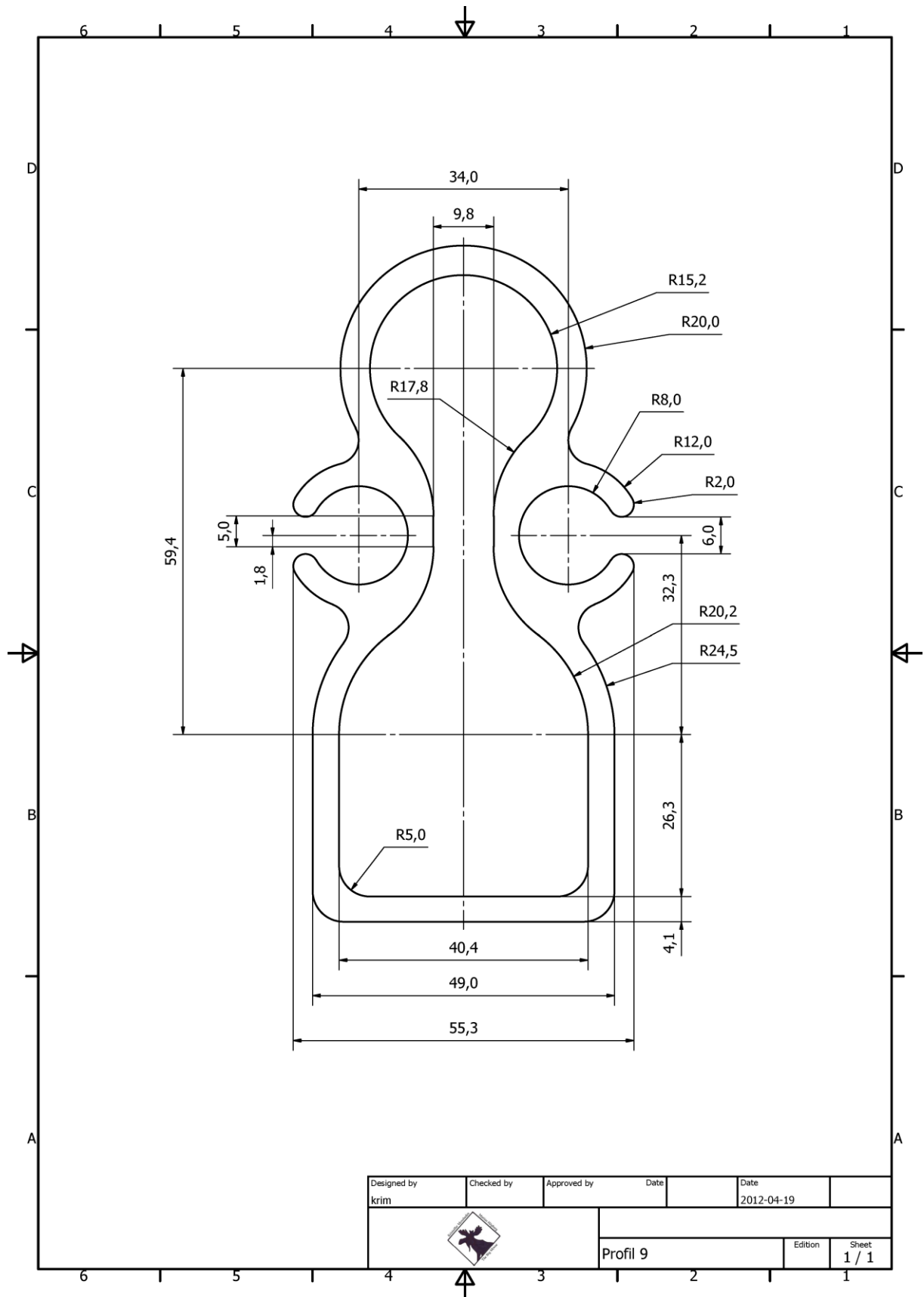
Figur F.5. Ritning av profil 6.



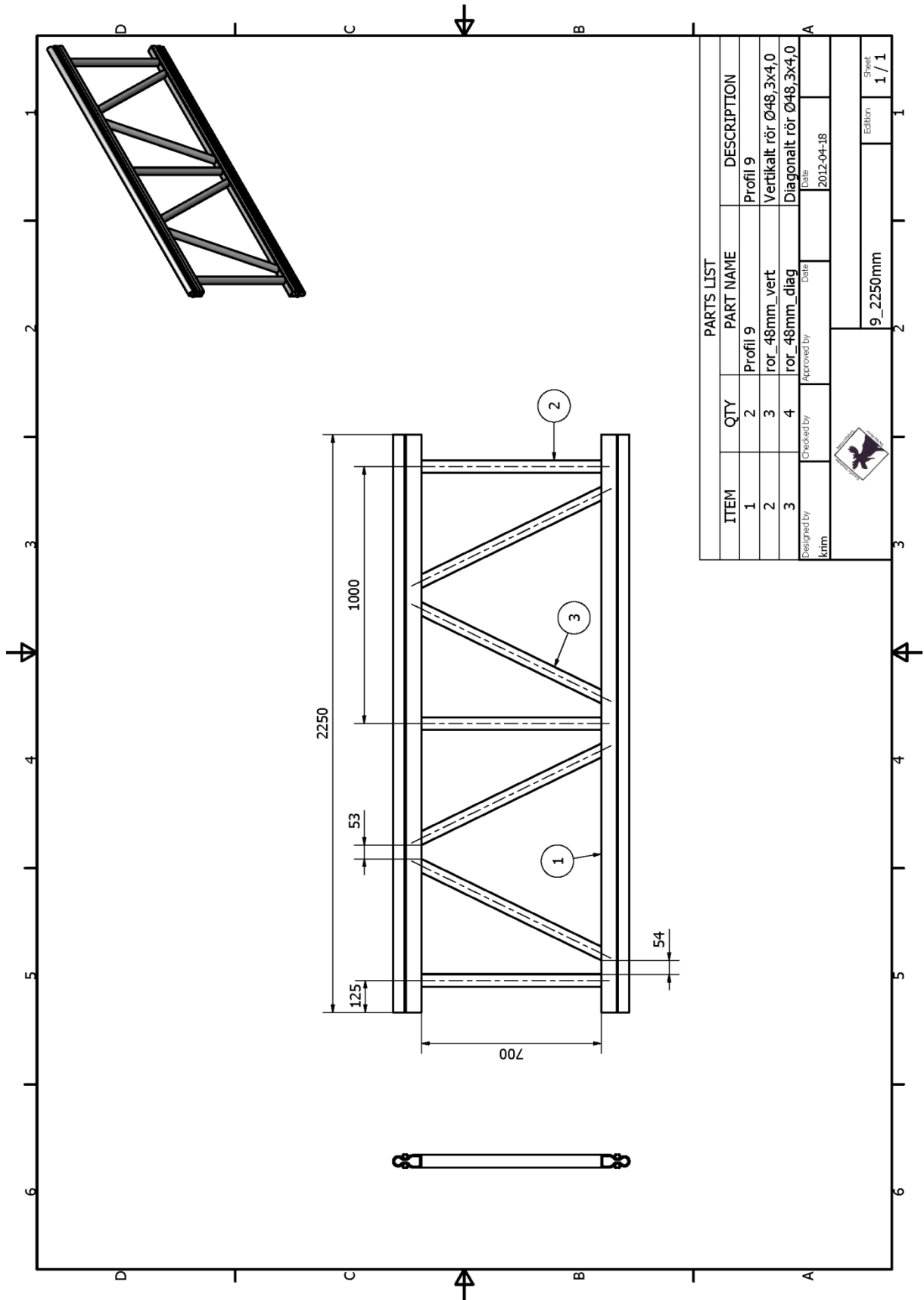


Figur F.6. Ritning av fackverk 6.

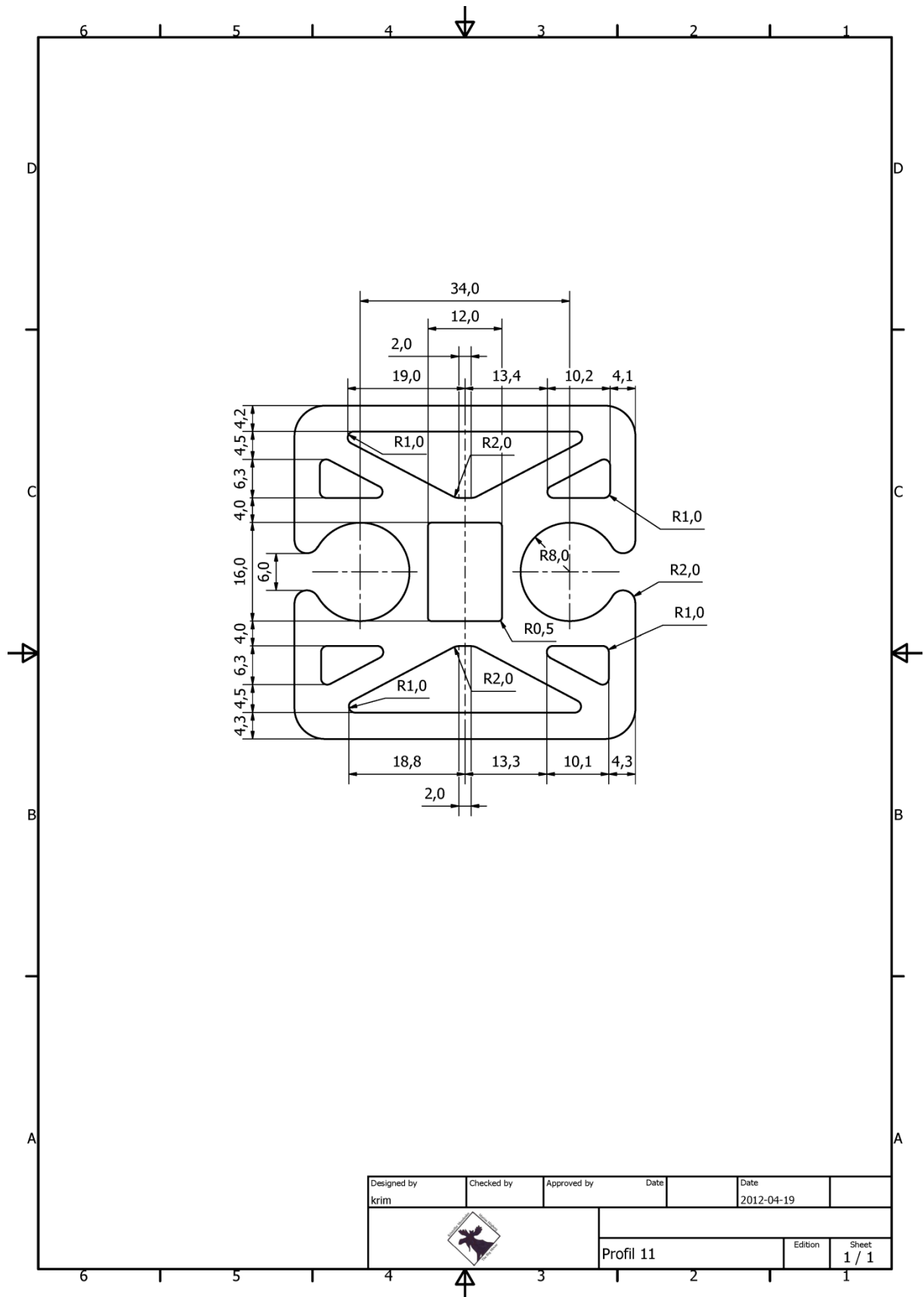
PARTS LIST			
ITEM	QTY	PART NAME	DESCRIPTION
1	2	Profil 6	Profil 6
2	3	Profil_6_ror_48mm_vert	Vertikalt rör Ø48,3x4,0
3	4	Profil_6_ror_48mm_diag	Diagonalt rör Ø48,3x4,0
Designed by		Checked by	Date
krfm			2012-04-18
		Approved by	
		Date	
		2012-04-18	
		6_2250mm	
		Edition	
		1 / 1	
		Sheet	
		1 / 1	



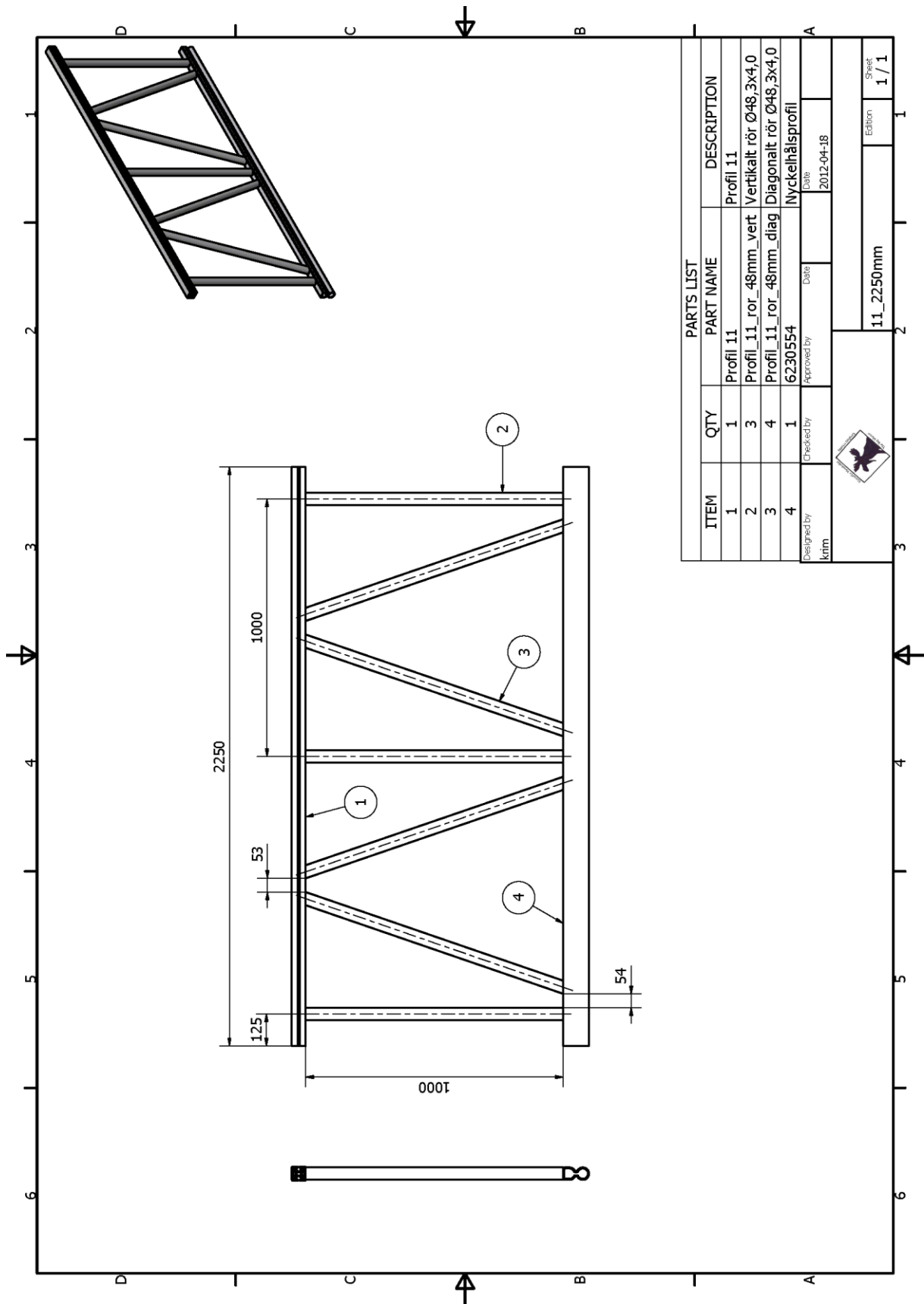
Figur F.7. Ritning av profil 9.



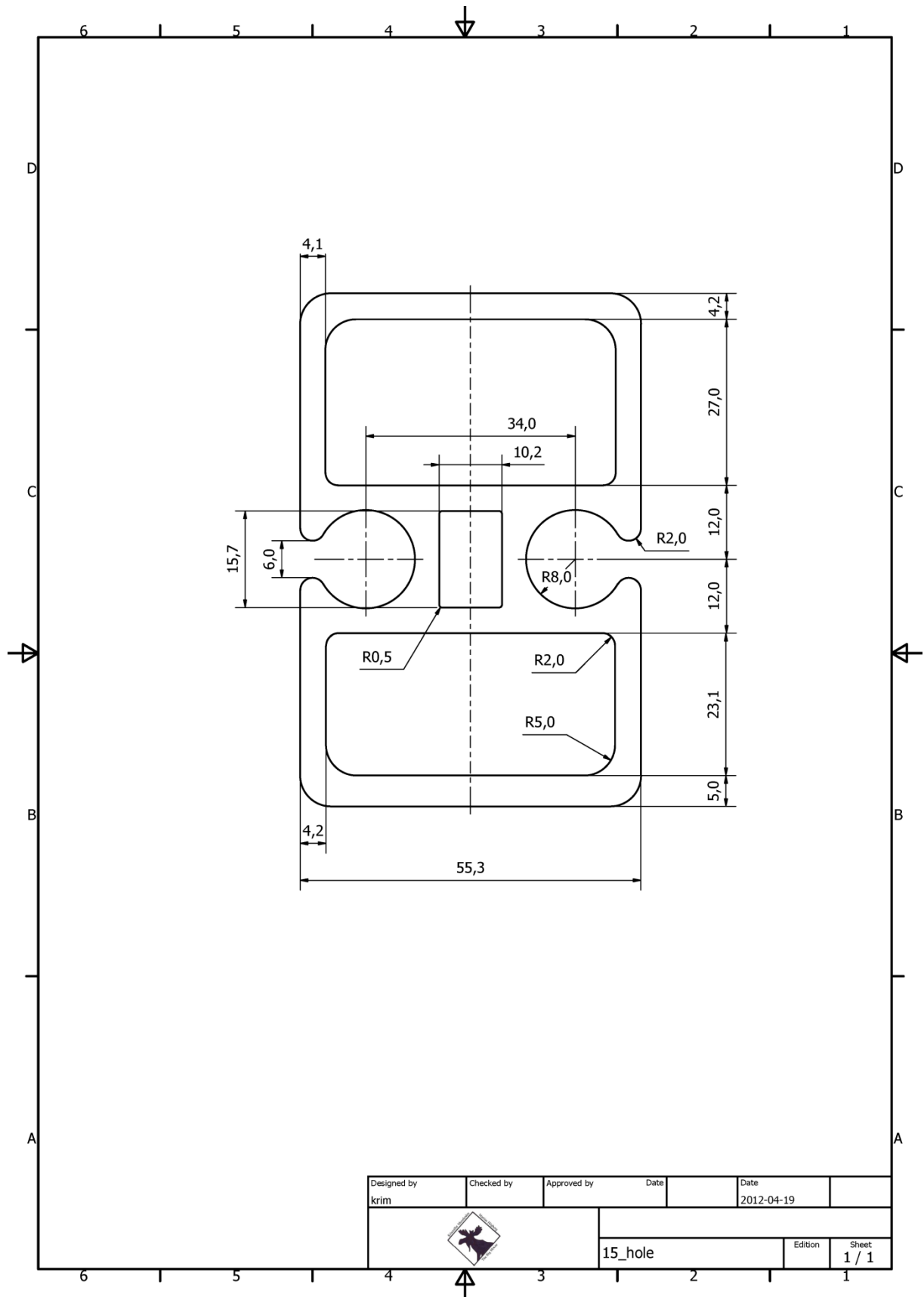
Figur F.8. Ritning av fackverk 9.



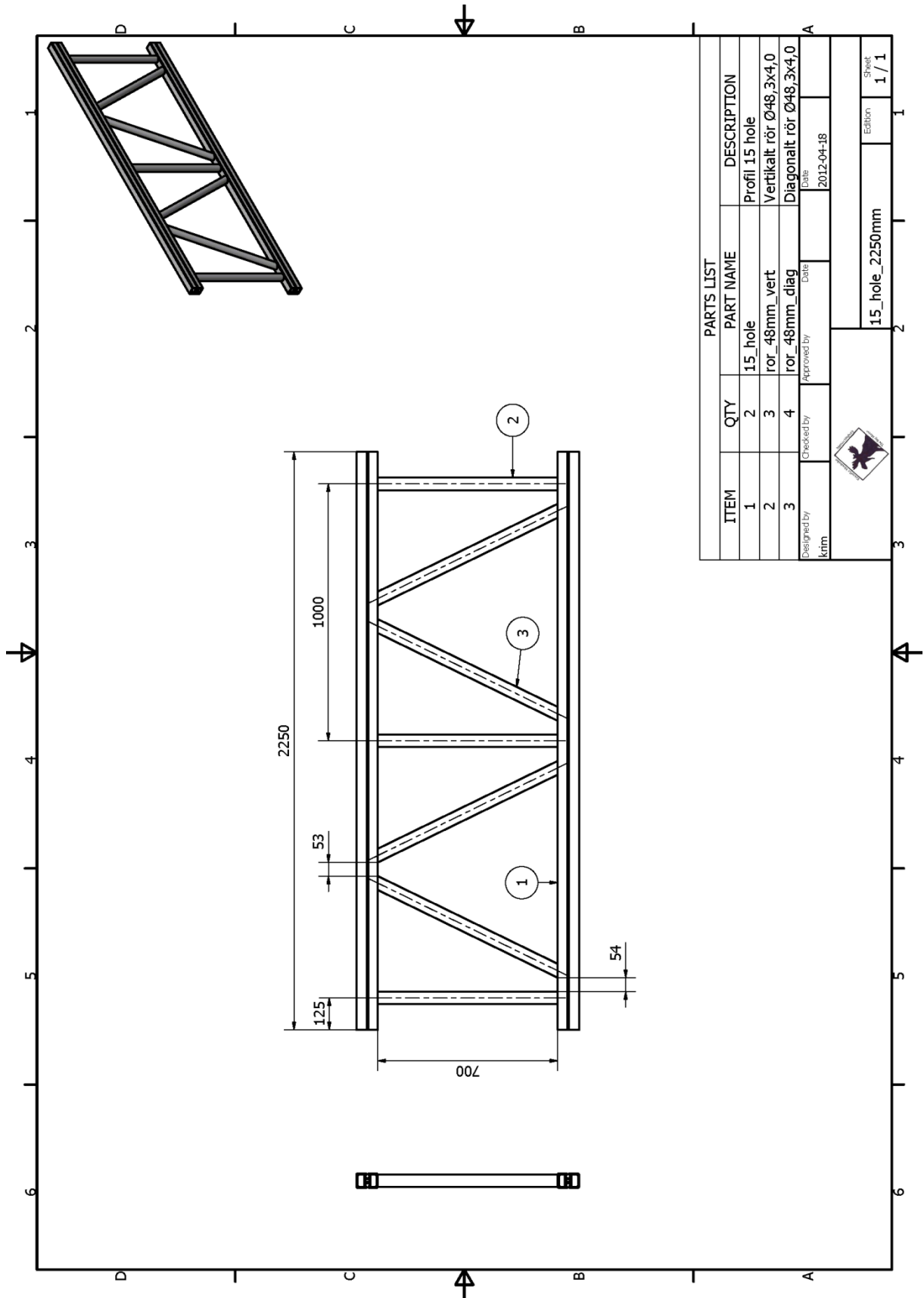
Figur F.9. Ritning av profil 11.



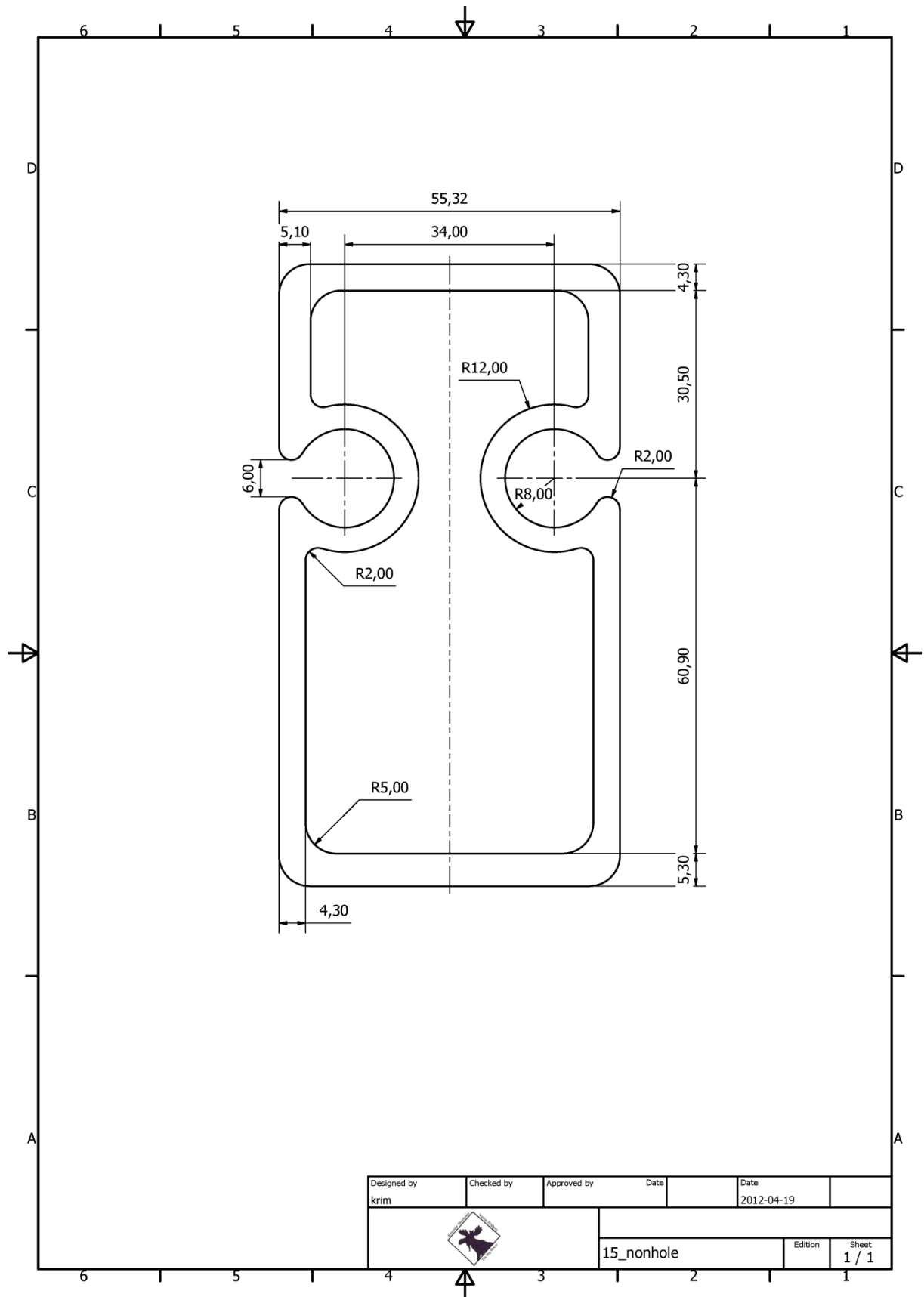
Figur F.10. Ritning av fackverk 11.



Figur F.11. Ritning av profil 15 Hole.

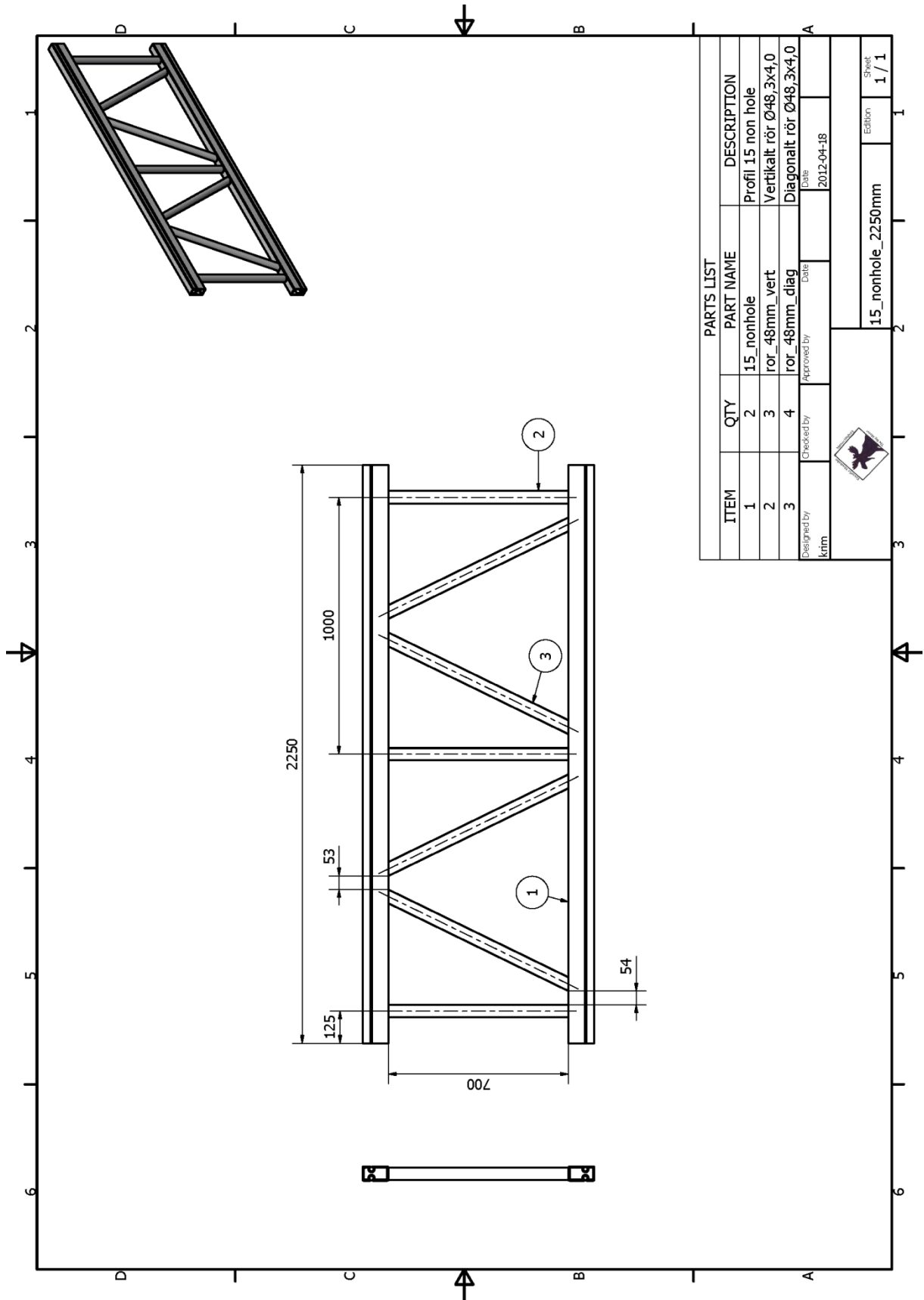


Figur F.12. Ritning av fackverk 15 Hole.



Figur F.13. Ritning av profil 15 No Hole.

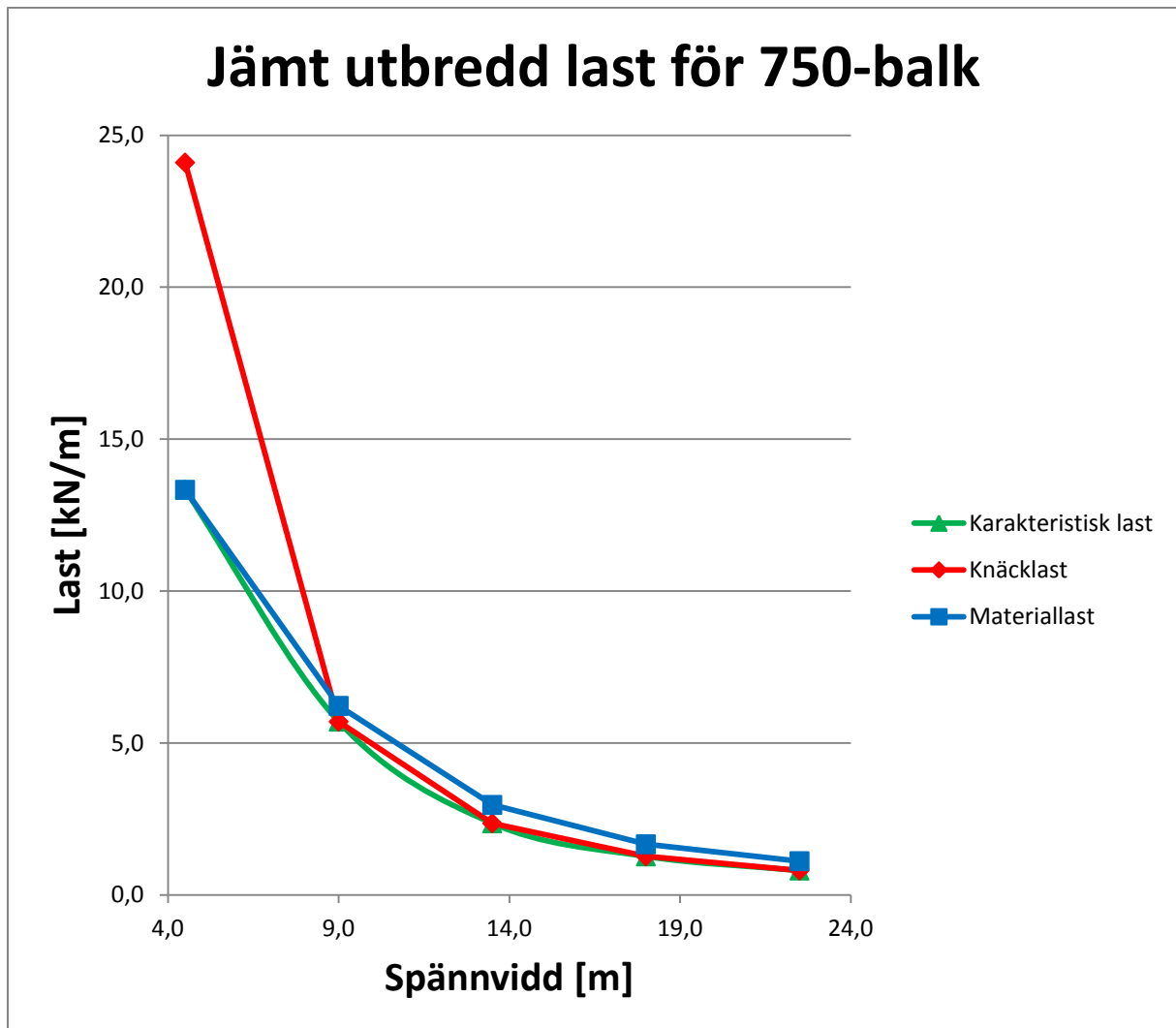




Figur F.14. Ritning av fackverk 15 No Hole.

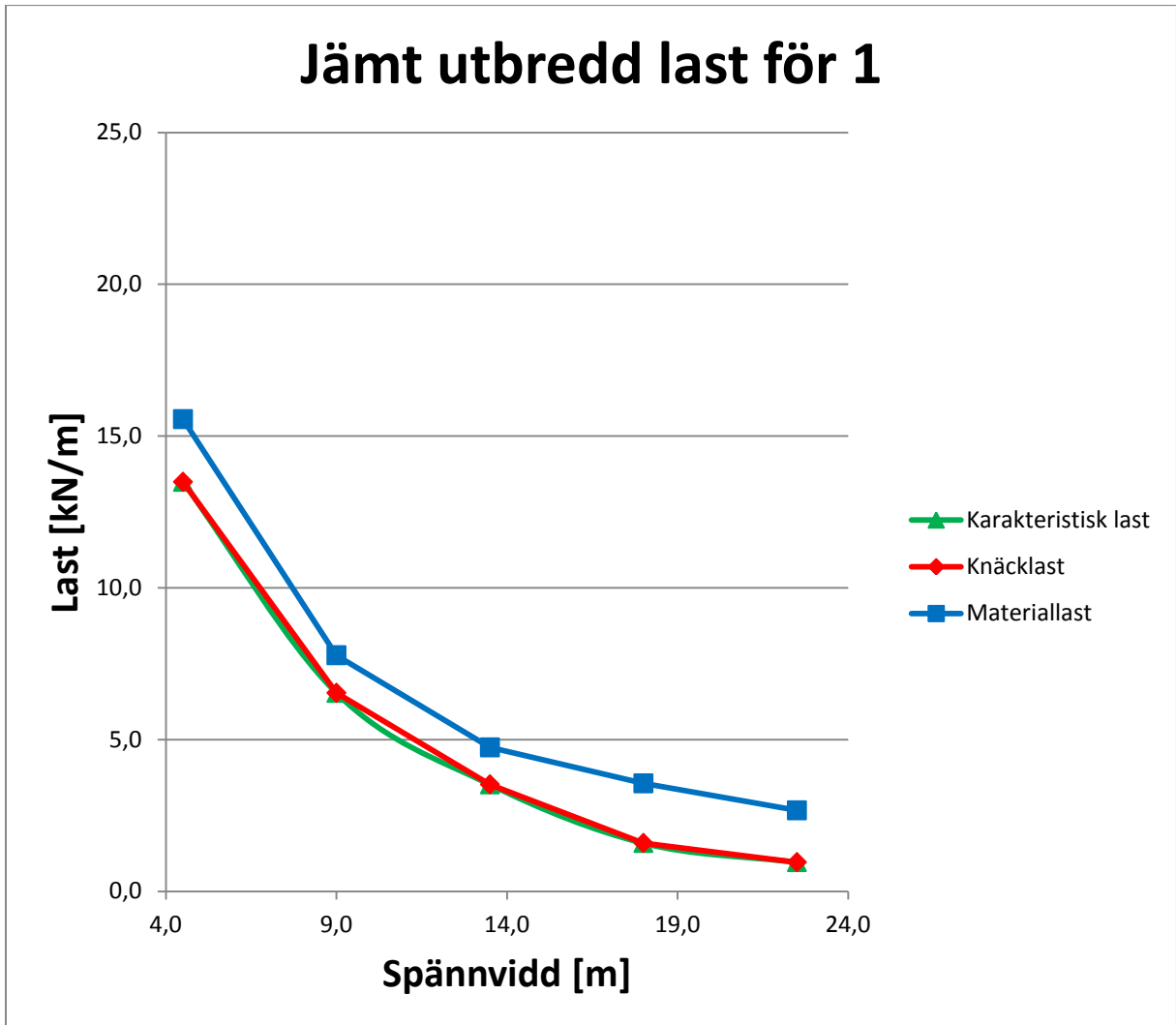
# Bilaga G – Hållfasthetsanalyser av fackverk

## 750-balken



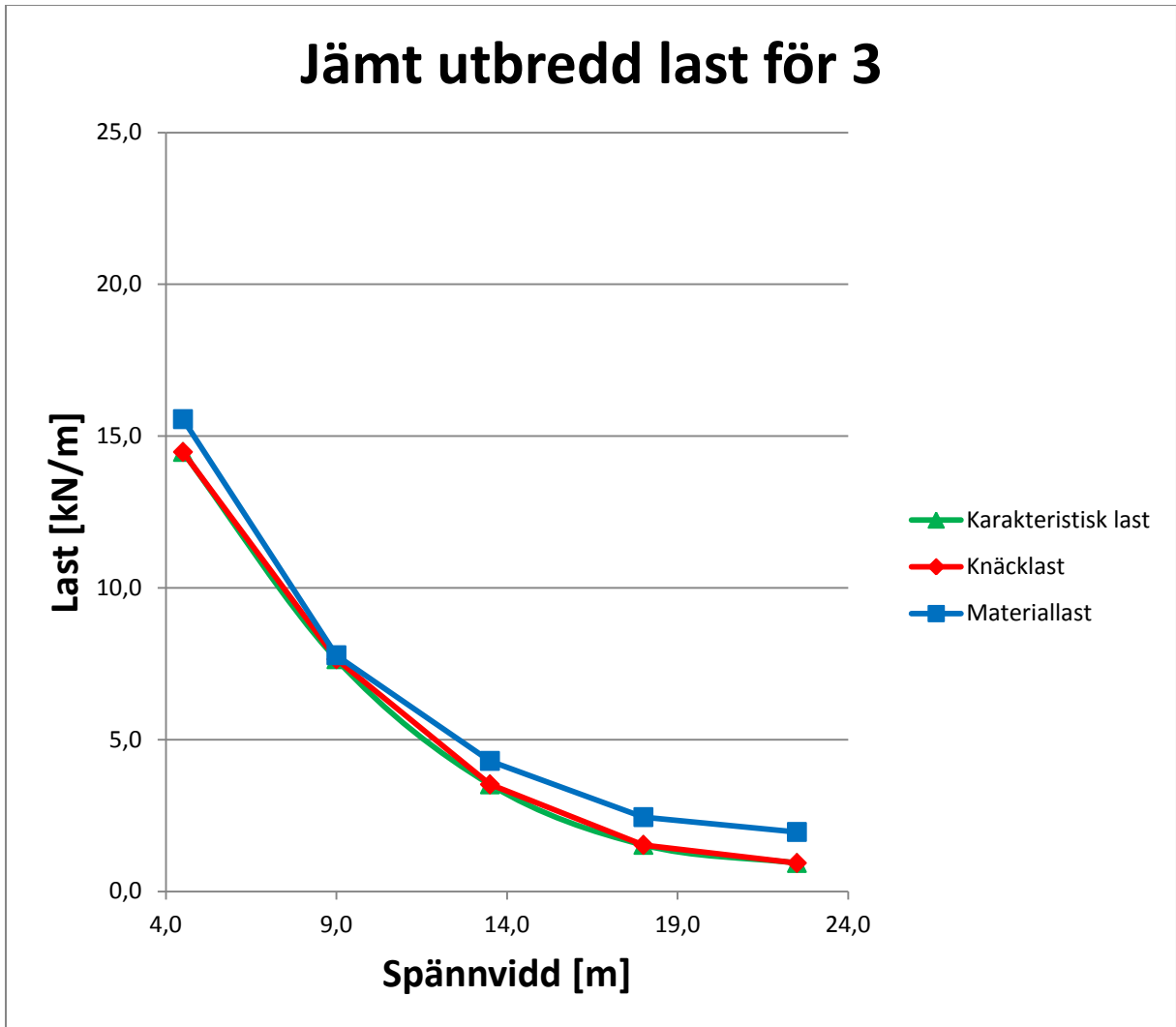
Figur G.1. Diagram över de beräknade lasterna för 750-balken.

## Fackverk 1



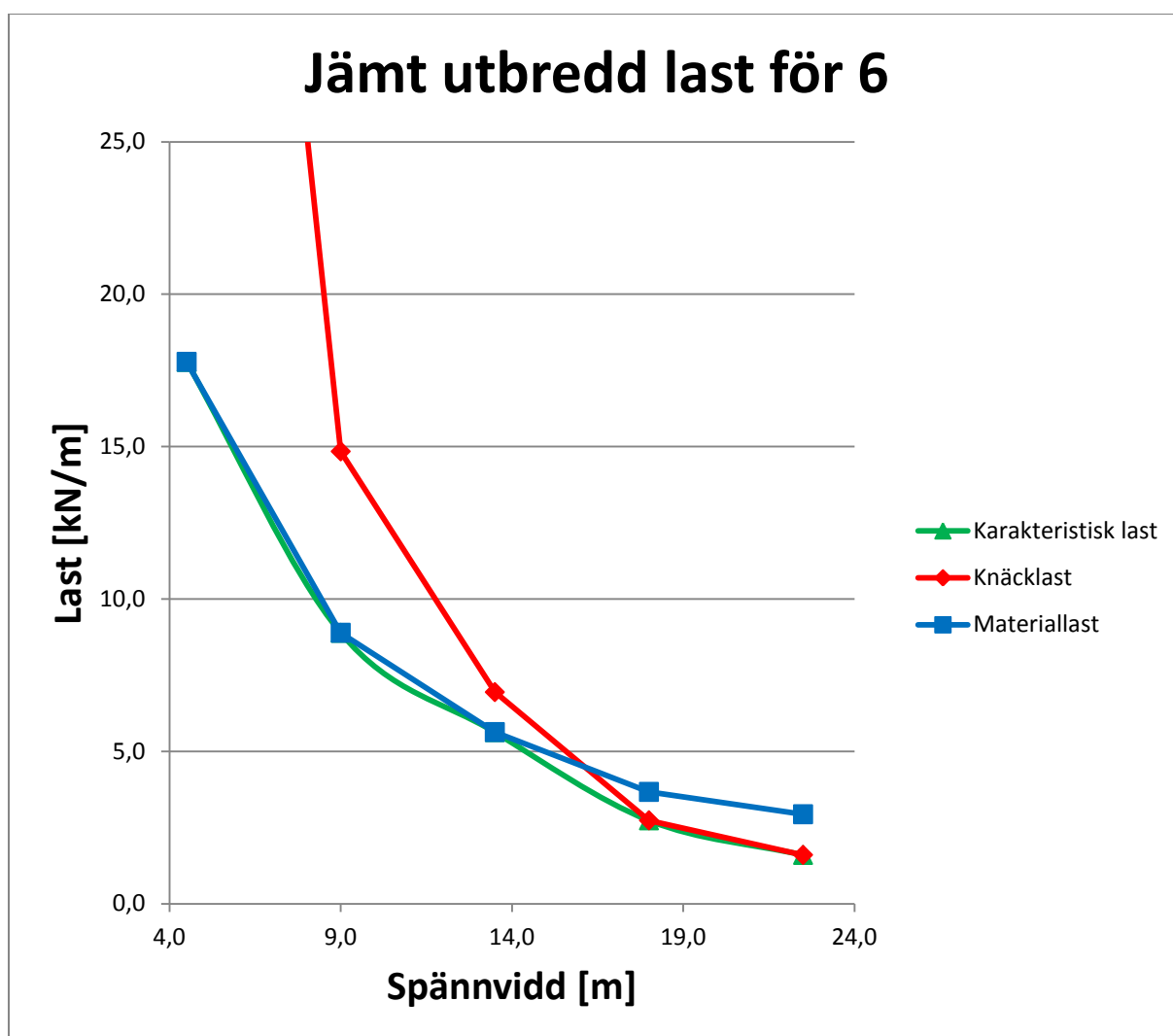
Figur G.2. Diagram över de beräknade lasterna för fackverk 1.

## Fackverk 3



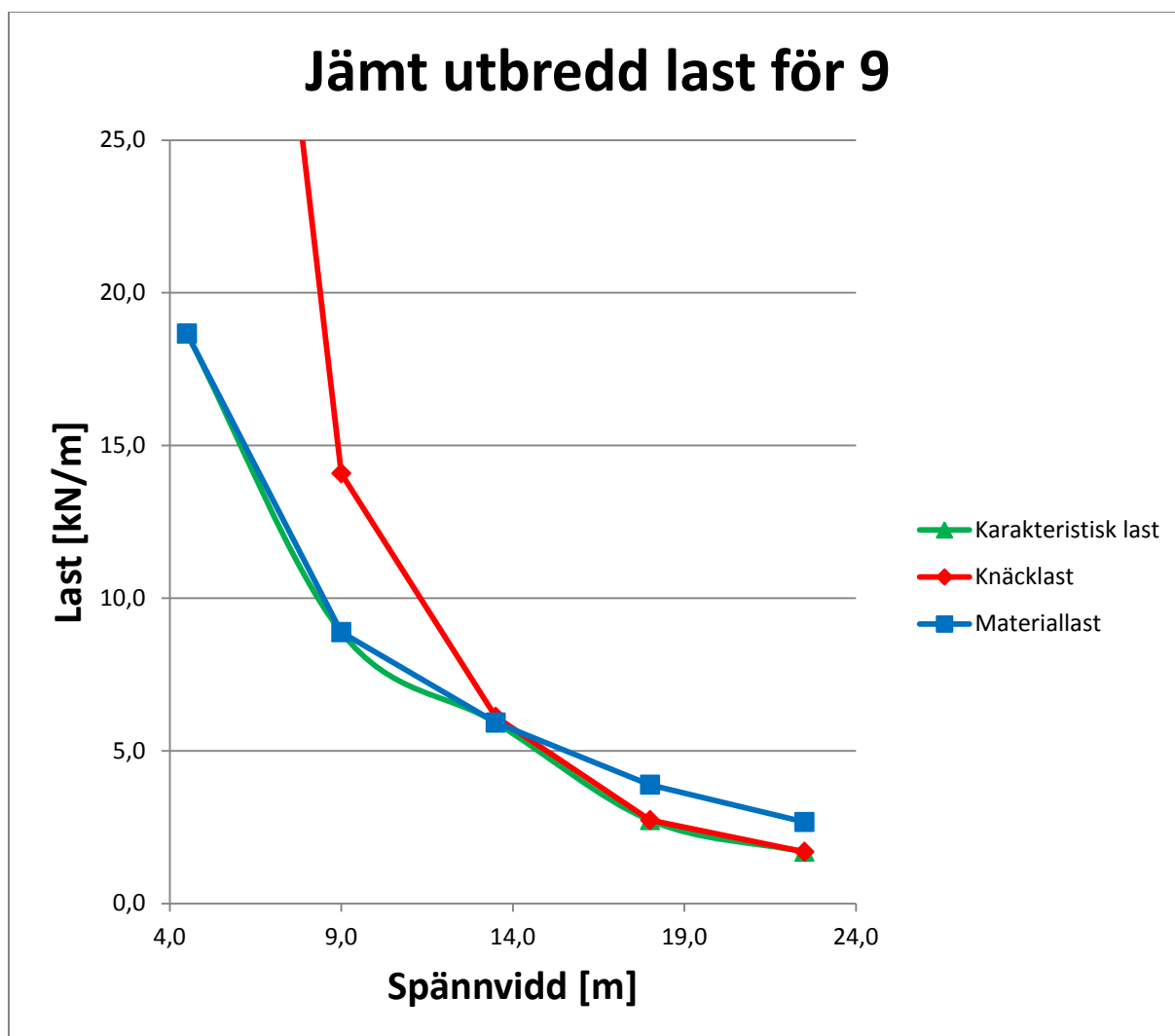
Figur G.3. Diagram över de beräknade lasterna för fackverk 3.

## Fackverk 6



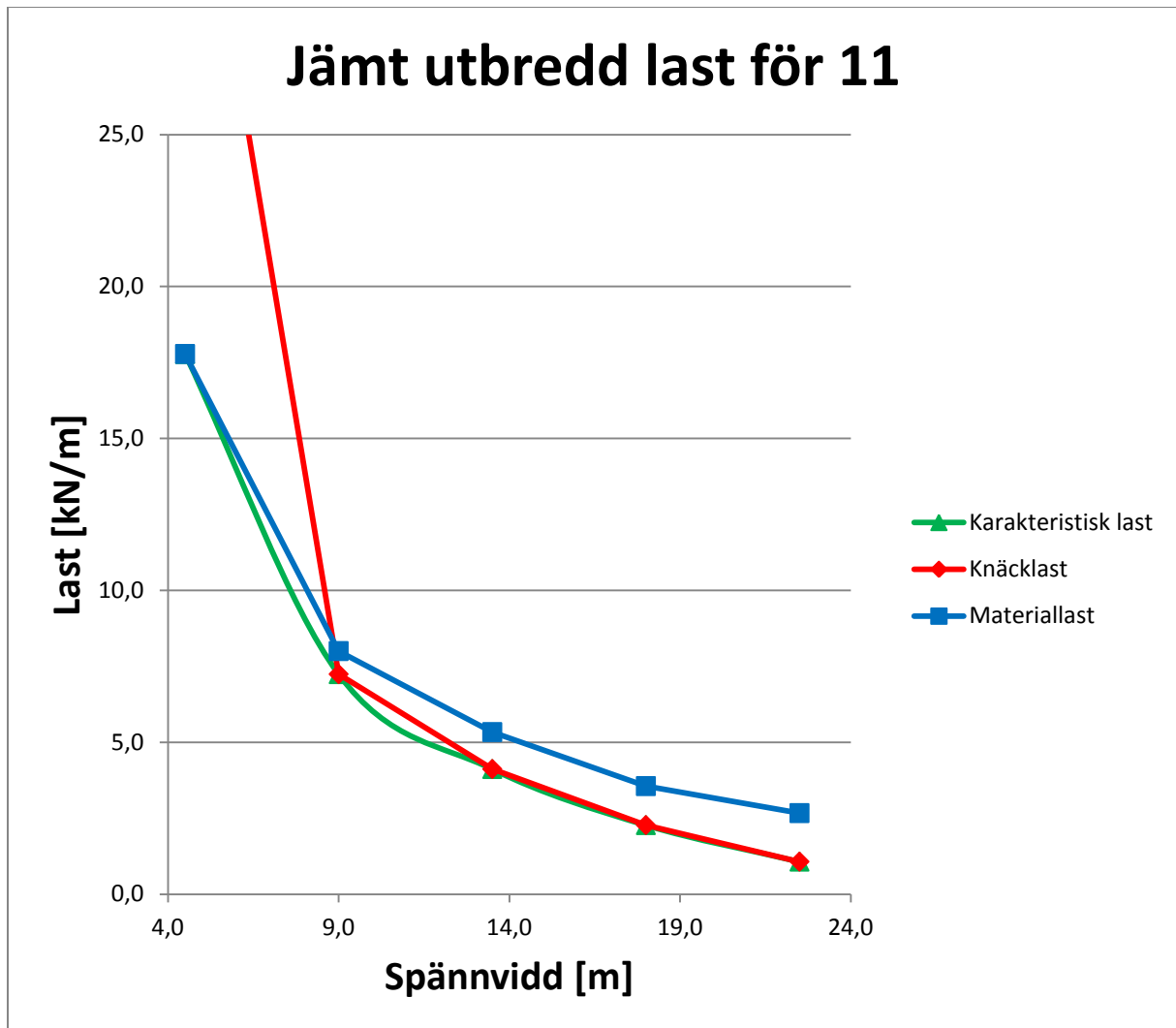
Figur G.4. Diagram över de beräknade lasterna för fackverk 6.

## Fackverk 9



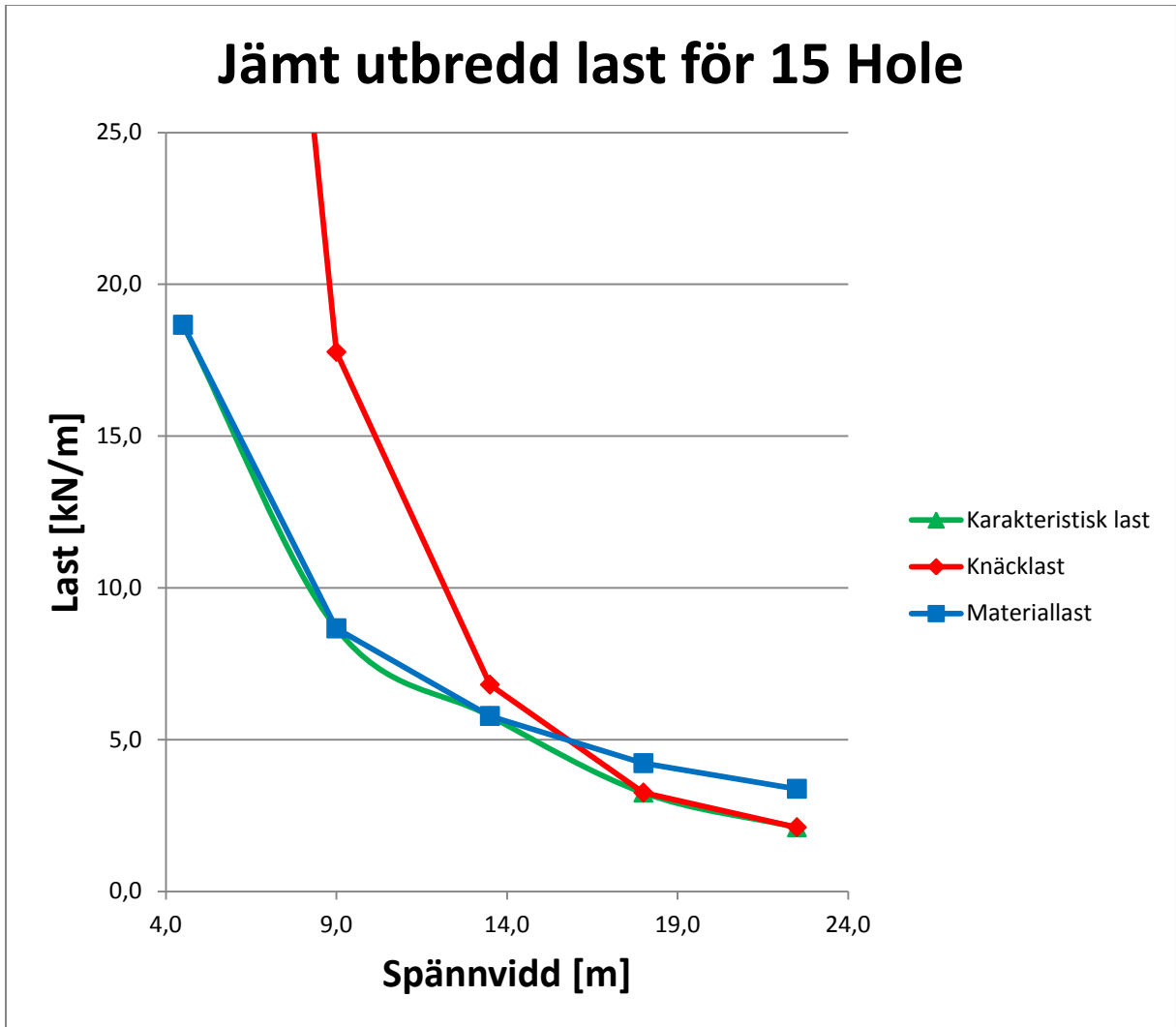
Figur G.5. Diagram över de beräknade lasterna för fackverk 9.

## Fackverk 11



Figur G.6. Diagram över de beräknade lasterna för fackverk 11.

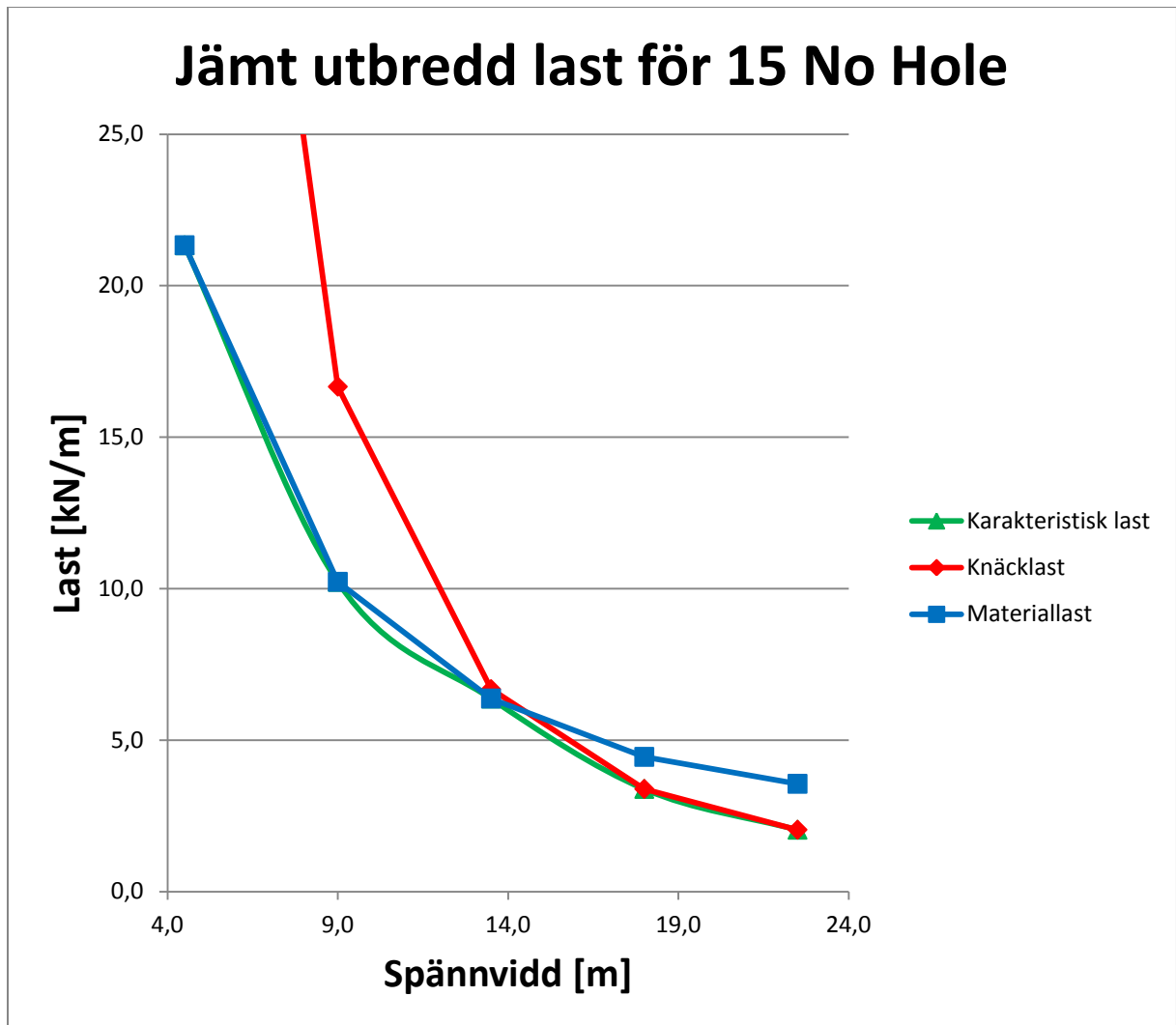
## Fackverk 15 Hole



Figur G.7. Diagram över de beräknade lasterna för fackverk 15 Hole.



## Fackverk 15 No Hole



Figur G.8. Diagram över de beräknade lasterna för fackverk 15 No Hole.